

Kraków, 10.04.2019

Katedra Elektrotechniki Teoretycznej i Informatyki
Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej

Konrad Hawron

STRESZCZENIE
ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

Zastosowanie pojęcia czasowo–zależnej mocy
czynnej do zagadnień optymalizacyjnej teorii
mocy

Promotor

prof. zw. dr hab. inż. Maciej Siwczyński

Promotor pomocniczy

dr hab. inż. Andrzej Szromba

Politechnika Krakowska
im. Tadeusza Kościuszki

1 WPROWADZENIE ORAZ CEL PRACY

W ciągu ostatnich lat wzrosło zainteresowanie problemami jakości energii elektrycznej oraz jej poprawy. Publikuje się coraz więcej prac naukowych i technicznych dotyczących teorii wskaźników jakości – teorii mocy elektrycznych czynnych i nieczynnych, jak i również prac na temat teorii i konstrukcji układów kompensacyjnych służących poprawie tych wskaźników czy nawet sterowania optymalnego pod kątem jakości energii.

Pierwsze publikacje dotyczące optymalnej współpracy źródła energii elektrycznej z odbiornikiem sięgają lat 30–tych ubiegłego wieku. Fryze wyznaczył prąd o minimalnej wartości skutecznej dostarczający zadaną moc czynną na zaciski idealnego źródła napięcia [7]. W tych czasach rozwiązanie to nie było nazywane optymalnym. Takiego sformułowania użyto dopiero w latach 80–tych ubiegłego wieku w pracach M. Brodzkiego [4], M. Pasko [16–17], M. Siwczyńskiego [21] czy J. Walczaka [17, 63]. Dalszy rozwój teorii można znaleźć m. in. w pracach [22, 33–34, 38, 51, 54–56].

Powszechnie stosowane w przemyśle układy energoelektroniczne dużej i średniej mocy niekorzystnie wpływają na parametry sieci zasilającej pogarszając jakość energii elektrycznej dostarczanej do odbiorcy. Z kolei występowanie nieliniowych odbiorników powoduje odkształcenie przebiegów prądów i napięć generując wyższe harmoniczne. Takie odbiorniki poza pobieraniem energii związanej z mocą czynną pobierają również energię związaną z mocą nieczynną. Jednocześnie wzrasta zapotrzebowanie w procesach przemysłowych na wysokiej jakości energię elektryczną.

W celu poprawy jakości energii stosowane są układy do poprawy jej jakości – kompensatory mocy nieczynnej, filtry pasywne, filtry aktywne szeregowo i równoległe [61] czy zintegrowane filtry aktywne. Obecnie najbardziej popularnymi układami kompensacyjnymi są układy zintegrowane UPQC (Unified Power Quality Conditioner) opracowane przez S. Moran [15], o zastosowaniu dowiedzionym przez H. Fujita i H. Akagi [8]. Badań zajmujących się tematem układów do poprawy jakości energii, zwłaszcza UPQC, w ostatnich latach pojawia się coraz więcej [11]. Układy UPQC sprawdzają się najlepiej w sytuacji, gdy w układzie źródło–odbiornik występuje stan ustalony – sinusoidalny lub odkształcony okresowy.

W sieciach zasilających jednak występują stany nieustalone powodowane zaburzeniami zarówno wewnątrz źródeł jak i na zewnątrz – w odbiornikach. Mogą występować sytuacje, w których stany te zachodzą permanentnie i pomijanie ich wpływu na optymalne sterowanie układem źródło–odbiornik może przyczynić się do nadmiernego zwiększenia strat energii. Dlatego najkorzystniejszym rozwiązaniem jest dopasowanie układu źródło–odbiornik nie tylko w stanie ustalonym, ale również w stanach przejściowych pomiędzy kolejnymi stanami ustalonymi.

Celem pracy jest przedstawienie kompleksowego aparatu matematycznego do opisu zjawisk optymalizacyjnej teorii mocy, tj. teorii dopasowania źródło–odbiornik, w stanach ustalonych oraz w matematycznie aproksymowanych stanach przejściowych pomiędzy następującymi po sobie stanami ustalonymi. Uzyskane matematycznie wyniki będą poparte przykładami symulacyjnymi.

2 OPERATORY

Wprowadzono pojęcie operatora układu oraz omówiono jego rozkład ze względu na własności przyczynowości oraz antyprzyczynowości sygnałów. Wykazano równoważność operatora stratności wewnętrznej względem operatora impedancji wewnętrznej źródła ze względu na dostarczaną na zaciski energię (moc):

$$(u, i) = (Zi, i) = (Z^*i, i)$$

$$(u, i) = \frac{1}{2} [(Zi, i) + (Z^*i, i)] = \frac{1}{2} (Zi + Z^*i, i) = \left(\frac{1}{2} (Z + Z^*)i, i \right)$$

$$(u, i) = (Ri, i)$$

Wyrowadzono również oryginały czasowe z równań różniczkowych utworzonych na podstawie składowych ułamków prostych operatora. Podzielone zostały ze względu na przyczynowość i antyprzyczynowość układu oraz ze względu na dziedzinę sygnałów. W przestrzeni sygnałów impulsowych:

$$\mathbf{L}^1 = \left\{ x(t) : \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| < \infty \right\}$$

odpowiedzi układów elementarnych są sygnałami impulsowymi:

$$h(t) = e^{-\sigma t} \mathbf{1}(t)$$

$$h(t) = e^{\sigma t} \mathbf{1}(-t)$$

Na bazie impulsowej przestrzeni sygnałów skonstruowana została periodyczna przestrzeń:

$$\mathbf{P}_T = \left\{ \tilde{x}(t) : \tilde{x}(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} x(t + pT), x(t) \in \mathbf{L}^{1,2}, p \in \mathbf{I} \right\}$$

W ten sam sposób wyznaczono periodyczną odpowiedź impulsową układu elementarnego przyczynowego:

$$h(t) = e^{-\sigma t} \sum_{p=0}^{\infty} (e^{-\sigma T})^p = \frac{e^{-\sigma t}}{1 - e^{-\sigma T}}$$

oraz antyprzyczynowego:

$$h(t) = e^{\sigma t} \sum_{p=1}^{\infty} (e^{-\sigma T})^p = e^{\sigma t} \frac{e^{-\sigma T}}{1 - e^{-\sigma T}} = \frac{e^{-\sigma(T-t)}}{1 - e^{-\sigma T}}$$

Operatory układów występujących w energetycznej teorii mocy są opisane funkcjami wymiernymi o biegunach leżących po obu stronach płaszczyzny Gaussa, z tego względu wprowadzono pojęcie czwórki elementarnej, która łączy część przyczynową z antyprzyczynową układu:

$$Q(s) = \frac{1}{2} \left[\frac{a(\alpha)}{\alpha + s} + \frac{a^*(\alpha)}{\alpha^* + s} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{b(\beta)}{\beta - s} + \frac{b^*(\beta)}{\beta^* - s} \right]$$

Przedstawiono przypadki szczególne czwórek elementarnych występujących w teorii mocy – hermitowską (symetryczną):

$$Q(-s) = Q(s)$$

oraz antyhermitowską (antysymetryczną):

$$Q(-s) = -Q(s)$$

Omówiono również zastosowanie rozkładu operatora opisującego odbiorcę energii:

$$Y(s) = \frac{1}{2}[Y(s) + Y(-s)] + \frac{1}{2}[Y(s) - Y(-s)] = G(s) + B(s)$$

do wyznaczenia składowych prądu. Stosując taką operację możliwe jest otrzymanie wyodrębnionego sygnału prądu dostarczającego użyteczną moc czynną oraz prądu szkodliwego związanego z mocą nieczynną, którego korzystnie byłoby zminimalizować:

$$i = (G + B)u = Gu + Bu = i_G + i_B$$

3 ZAGADNIENIA OPTIMUM

W pracy przedstawiono również wybrane zadania optymalnej współpracy źródła z odbiornikiem energii. Pierwszym wprowadzonym zagadnieniem było zadanie P_{MAX} :

$$(Ri, i) - (e, i) \rightarrow \text{MIN}$$

polegające na wyznaczeniu sygnału prądu rzeczywistego źródła napięcia, który dostarcza na zaciski źródła maksymalną moc czynną (lub energię). Prąd rozwiązujący to zadanie określony został jako prąd dopasowania:

$$i_d = \frac{1}{2} R^{-1} e$$

Drugim przedstawionym zagadnieniem było zadanie I_{MIN} polegające na wyznaczeniu sygnału prądu o minimalnej wartości skutecznej dostarczającego na zaciski źródła zadaną moc czynną:

$$(i, i) \rightarrow \text{MIN}$$

$$(e, i) - (Ri, i) = P$$

Trzecie zadanie ΔP_{MIN} polegało na wyznaczeniu sygnału prądu powodującego minimalne straty mocy wewnątrz źródła, również dostarczającego na zaciski źródła zadaną moc czynną:

$$(Ri, i) \rightarrow \text{MIN}$$

$$(e, i) - (Ri, i) = P$$

Zadanie P_{MAX} posiada jednoznacznie rozwiązanie, podczas gdy zadania I_{MIN} oraz ΔP_{MIN} parametryzowane są nieoznaczonym czynnikiem Lagrange'a. W celu rozwiązania tych zadań wprowadzono pojęcie funkcji energetycznej, która posiada interpretację fizyczną jako moc czynna (lub energia) dostarczona na zaciski źródła:

$$F_{I_{MIN}}(\lambda) = (e, I_\lambda) - (RI_\lambda, I_\lambda) = (R[2i_d - I_\lambda], I_\lambda)$$

$$F_{\Delta P_{MIN}}(\lambda) = (e, i_\lambda) - (Ri_\lambda, i_\lambda) = (R[2i_d - i_\lambda], i_\lambda)$$

Dokonano analizy przebiegu zmienności funkcji energetycznej zawierającej uwikłane parametryzowane zadania optimum. Na podstawie funkcji energetycznej utworzono równania energetyczne dla zadań I_{MIN} oraz ΔP_{MIN} . Pierwsze z nich nie posiada rozwiązania analitycznego, zatem przedstawiono procedurę iteracyjną poszukiwania rozwiązania:

$$\lambda_{n+1} = \lambda_n + \frac{P - F_{I_{MIN}}(\lambda_n)}{F'_{I_{MIN}}(\lambda_n)} \rightarrow \lambda_*$$

Dla drugiego równania przedstawiono analityczne rozwiązanie:

$$\lambda_* = \frac{1}{r} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}}$$

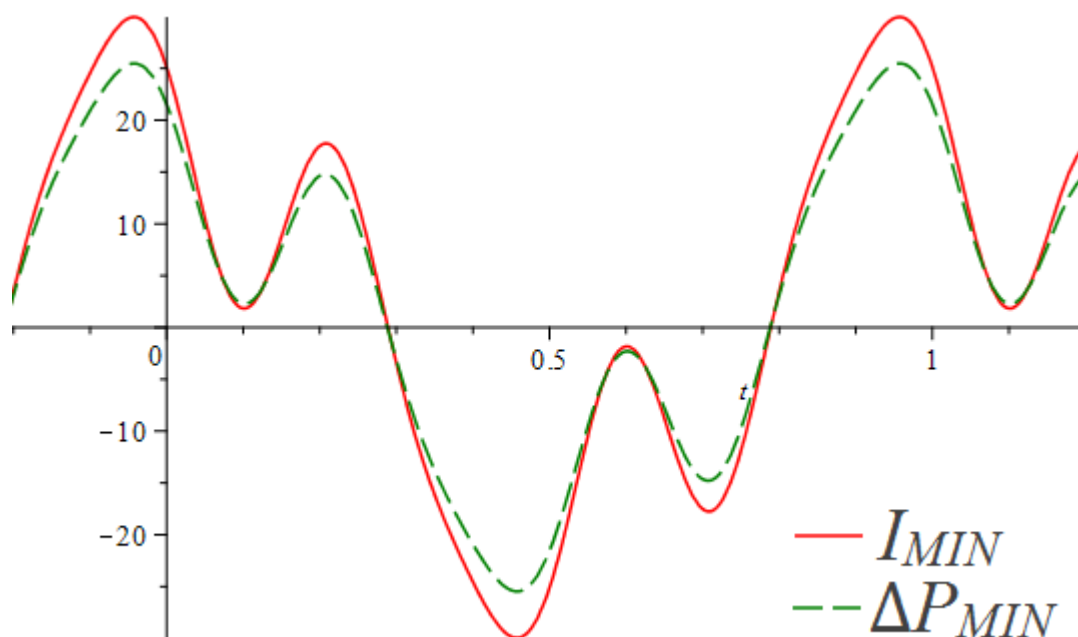
$$x = \frac{P}{P_{MAX}}$$

$$r = \frac{(Ri_d, Ri_d)}{(Ri_d, i_d)} = \frac{(e, e)}{(R^{-1}e, e)}$$

W obu przypadkach rozwiązaniem jest wartość nieoznaczonego czynnika Lagrange'a odpowiadająca zadanej wartości mocy czynnej dostarczanej na zaciski rzeczywistego źródła napięcia. Tak wyznaczony czynnik wstawiony do równania rozwiązującego zadanie optimum daje konkretny egzemplarz prądu optymalnego:

$$I_{OPT} = \frac{1}{2}(1 + \lambda_* R)^{-1} \lambda_* e$$

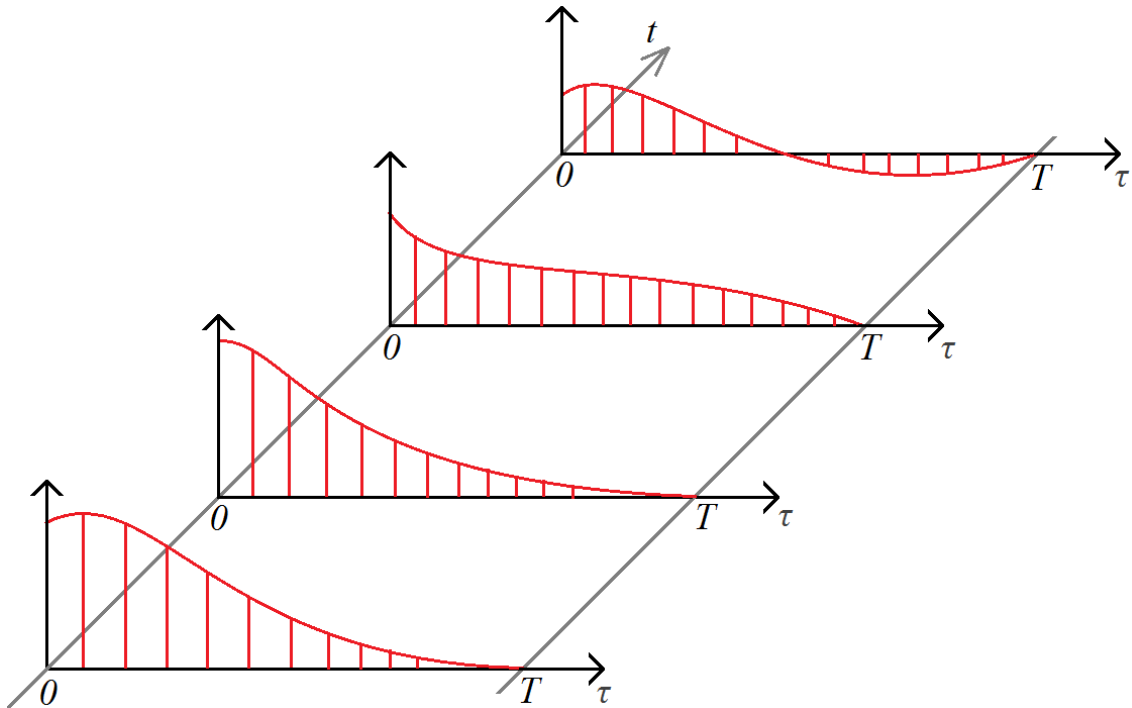
W przykładzie symulacyjnym pokazano procedurę wyznaczania prądów optymalnych spełniających wymienione w rozdziale zadania minimum. Do obliczeń wykorzystano rachunek operatorowy opisany w rozdziale drugim. Zwrócono również uwagę na zasadę podobieństwa dla dwóch zadań optymalizacyjnych I_{MIN} i ΔP_{MIN} . Porównując rozwiązania obu zadań oraz biorąc pod uwagę czas i stopień skomplikowania obliczeń, korzystniejszym może być zastąpienie zadania I_{MIN} zadaniem podobnym ΔP_{MIN} .



Rys. 3.1. Zestawienie prądów optymalnych.

4 ZABURZENIA MODULACYJNE

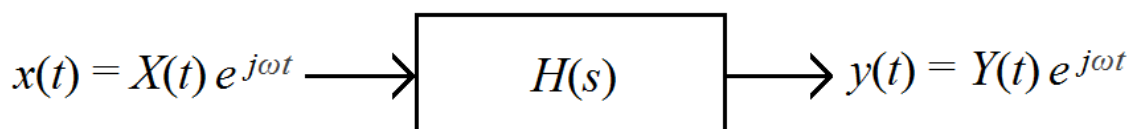
W stanach niustalonych, gdy przebiegi sygnałów napięcia i prądu dwójnika elektrycznego nie są dokładnie sinusoidalne, występują deformacje operatorów immitancyjnych. Wprowadzenie modulacji do rachunku operatorowego umożliwiło matematyczne przybliżenie opisu zjawisk energetycznych w modulowanych stanach niustalonych, rozumianych jako przejście z jednego periodycznego stanu ustalonego w drugi, również ustalony. Do tego celu wprowadzono dwa wymiary czasu, jeden związany z okresowością sygnałów – nazwany czasem nośnym, a drugi w którym dochodzi do powolnych, modulowanych zmian obwiedni sygnału – nazwany czasem unoszenia.



Rys. 4.1. Modułacja i przetwarzanie sygnału zmodulowanego.

W pracy opisano czasowo zależne zniekształcenie modulacyjne oraz znaleziono bezpośredni związek pomiędzy transformatami obwiedni sygnałów wejściowego i wyjściowego:

$$\bar{y}(s) = H(s)\bar{x}(s) \longrightarrow \bar{Y}(s - j\omega) = H(s)\bar{X}(s - j\omega) \longrightarrow \bar{Y}(s) = H(s + j\omega)\bar{X}(s)$$



Rys. 4.2. Przechodzenie sygnału zmodulowanego przez układ o transmitancji $H(s)$.

Dla powolnej modulacji:

$$|s| \ll \omega$$

możliwe było rozwinięcie zaburzonej transmitancji w szereg Taylora oraz ograniczenie wyrazów tego szeregu do pierwszej potęgi:

$$H(j\omega + s) \xrightarrow{MOD} H(j\omega) + \frac{dH(j\omega)}{dj\omega} s = H(j\omega) - j \frac{dH(j\omega)}{d\omega} s$$

Im większa różnica pomiędzy czasem związanym z modulacją a czasem związanym z okresem sygnału tym dokładniejsze odwzorowanie zachowania zmodulowanego układu w ograniczonym do pierwszej potęgi rozwinięciem transmitancji w szereg Taylora.

Wprowadzono zmodyfikowane modulacyjne operatory układów elementarnych, czwórek elementarnych oraz ich czasowe odpowiedniki w przestrzeni sygnałów okresowych:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\alpha + s} &\rightarrow \mathbf{A}(\alpha, \tau) \\ \frac{1}{\alpha - s} &\rightarrow \mathbf{A}(\alpha, T - \tau) \\ \frac{d}{ds} \frac{1}{\alpha + s} &\rightarrow -\mathbf{A}(\alpha, \tau) \mathbf{C}(\alpha, \tau) \\ \frac{d}{ds} \frac{1}{\alpha - s} &\rightarrow \mathbf{A}(\alpha, T - \tau) \mathbf{C}(\alpha, T - \tau)\end{aligned}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\alpha, \tau) &= \frac{e^{-\alpha\tau}}{1 - e^{-\alpha T}} \\ \mathbf{A}(\alpha, T - \tau) &= \frac{e^{-\alpha(T-\tau)}}{1 - e^{-\alpha T}} \\ \mathbf{C}(\alpha, \tau) &= \frac{\tau + (T - \tau)e^{-\alpha T}}{1 - e^{-\alpha T}} \\ \mathbf{C}(\alpha, T - \tau) &= \frac{T - \tau + \tau e^{-\alpha T}}{1 - e^{-\alpha T}} \\ \tau &\in [0, T)\end{aligned}$$

Przedstawiono również jakie konsekwencje niesie ze sobą uwzględnienie zaburzonych operatorów w procedurze wyznaczania składowych napięcia:

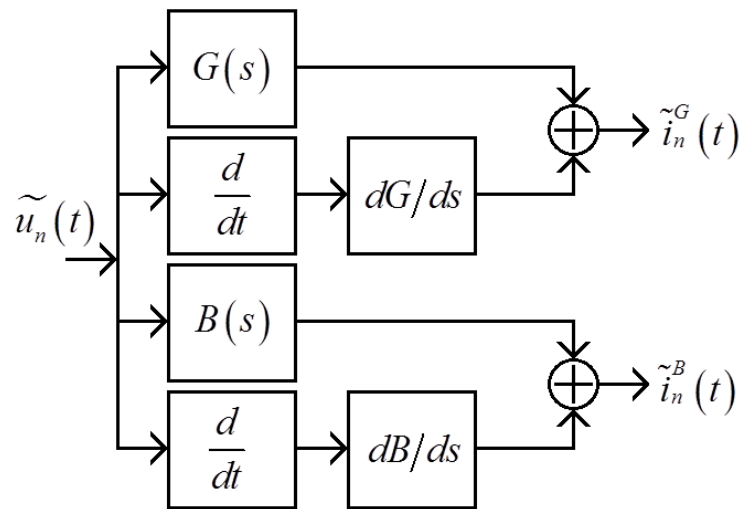
$$\begin{aligned}u_R(\tau, t) &= \tilde{r}(\tau) \otimes \tilde{i}(\tau, t) + \tilde{r}^{(1)}(\tau) \otimes \frac{d\tilde{i}}{dt}(\tau, t) \\ u_X(\tau, t) &= x(\tau) \otimes \tilde{i}(\tau, t) + x^{(1)}(\tau) \otimes \frac{d\tilde{i}}{dt}(\tau, t)\end{aligned}$$

i prądu dwójnika elektrycznego:

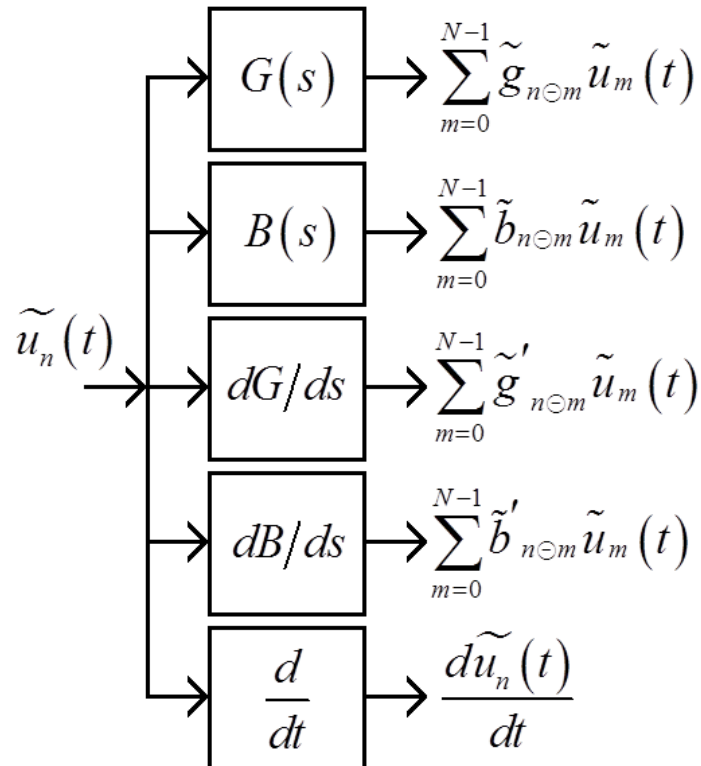
$$\begin{aligned}i_G(\tau, t) &= g(\tau) \otimes u(\tau, t) + g^{(1)}(\tau) \otimes \frac{du}{dt}(\tau, t) = \int_0^\tau g(\tau - \tau') u(\tau', t) d\tau' + \int_\tau^T g(\tau - \tau' + T) u(\tau', t) d\tau' + \\ &+ \int_0^\tau g^{(1)}(\tau - \tau') \frac{du}{dt}(\tau', t) d\tau' + \int_\tau^T g^{(1)}(\tau - \tau' + T) \frac{du}{dt}(\tau', t) d\tau'\end{aligned}$$

$$i_B(\tau, t) = \tilde{b}(\tau) \otimes u(\tau, t) + \tilde{b}^{(1)}(\tau) \otimes \frac{du}{dt}(\tau, t) = \int_0^\tau \tilde{b}(\tau - \tau') u(\tau', t) d\tau' + \int_\tau^T \tilde{b}(\tau - \tau' + T) u(\tau', t) d\tau' + \\ + \int_0^\tau \tilde{b}^{(1)}(\tau - \tau') \frac{du}{dt}(\tau', t) d\tau' + \int_\tau^T \tilde{b}^{(1)}(\tau - \tau' + T) \frac{du}{dt}(\tau', t) d\tau'$$

Omówiono implementację modulacyjnego zaburzenia operatorów za pomocą filtrów cyfrowych oraz pokazano algorytm działania N–periodycznych filtrów realizujących operatory czynny i nieczynny, jak i algorytm wyznaczania składowych prądu dwójnika na podstawie sygnału napięcia zaciskowego.

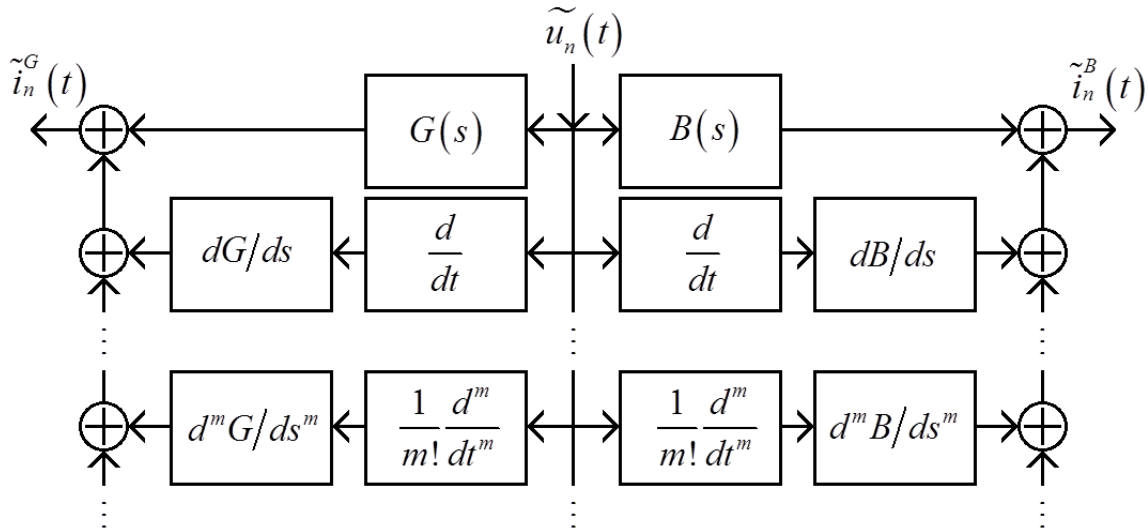


Rys. 4.3. Schemat blokowy realizacji operatora czynnego/nieczynnego.



Rys. 4.4. Schemat działania N–periodycznych filtrów cyfrowych – operatory cykliczno–splotowe.

Wykorzystując teorię filtrów cyfrowych przedstawiono również wpływ uwzględnienia zaburzeń wyższego rzędu (pełne rozwinięcie transmitancji w szereg Taylora) na algorytm znajdowania składowych prądu dwójnika.



Rys. 4.5. Schemat blokowy realizacji operatora czynnego/nieczynnego z zaburzeniem wyższego rzędu.

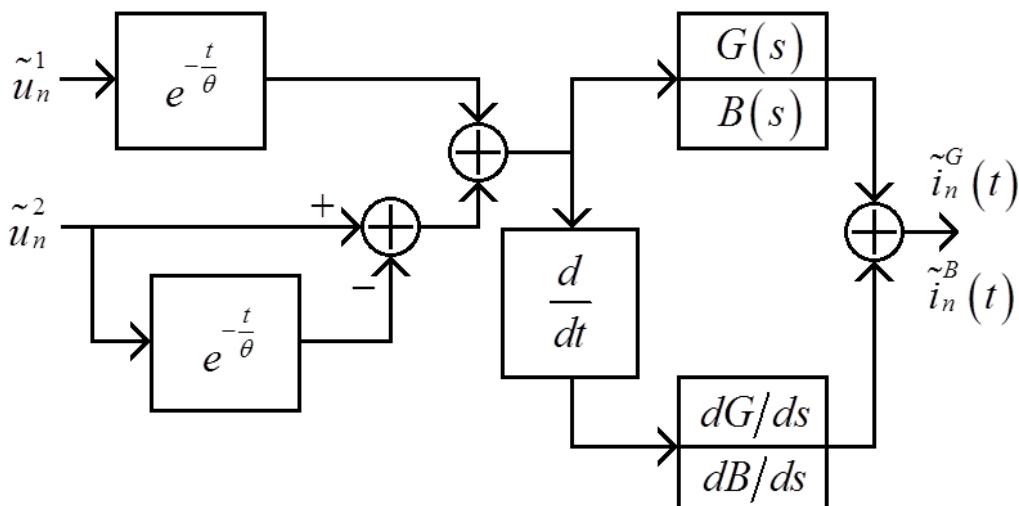
Zaproponowano także matematyczny model stanu nieustalonego jako ciągły proces przejścia układu z jednego okresowego stanu ustalonego w inny, okresowy i ustalony. Realizację homotopii wykładniczej:

$$u_n(t) = u_n^1 e^{-\frac{t}{\theta}} + u_n^2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\theta}}\right) \text{ dla } \frac{t}{\theta} \in [0, \infty)$$

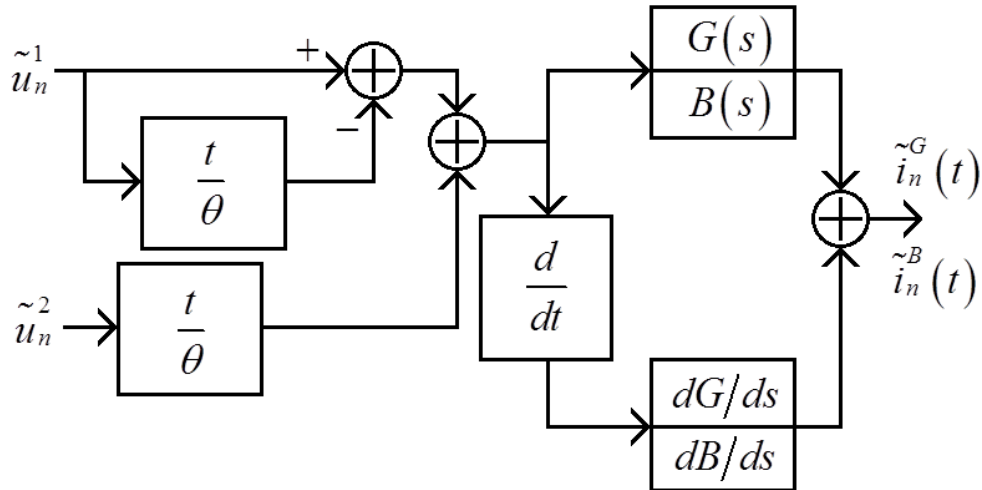
i prostoliniowej:

$$u_n(t) = u_n^1 \left(1 - \frac{t}{\theta}\right) + u_n^2 \frac{t}{\theta} \text{ dla } \frac{t}{\theta} \in [0, 1]$$

przedstawiono za pomocą dwóch czasów – nośnego czasu dyskretnego oraz ciągłego czasu unoszenia (związanego z homotopią). Zmodyfikowano również algorytmy do wyznaczania składowych prądu dwójnika dla obu przypadków homotopii.

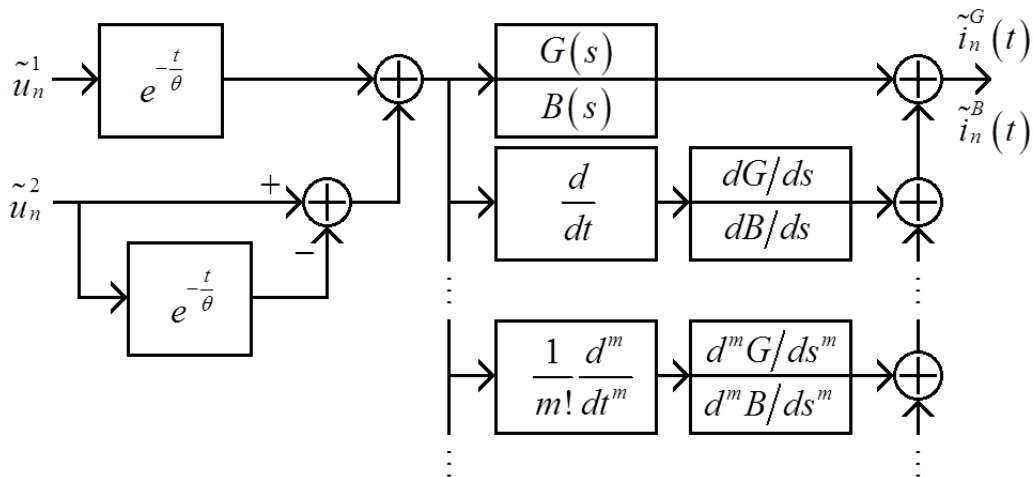


Rys. 4.6. Homotopia wykładnicza dla układu z zaburzeniem pierwszego rzędu.



Rys. 4.7. Homotopia prostoliniowa dla układu z zaburzeniem pierwszego rzędu.

Zaproponowano także algorytm dla homotopii wykładniczej zawierający operator z zaburzeniami wyższego rzędu.



Rys. 4.8. Homotopia wykładnicza dla układu z zaburzeniem wyższego rzędu.

5 RUCHOMA MOC CZYNNA

Wprowadzone w pracy pojęcie ruchomej mocy czynnej:

$$P(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(\tau) i(\tau) d\tau = \frac{1}{T} \int_0^T u(\tau+t) i(\tau+t) d\tau$$

przedstawione zostało dla quasi-harmonicznych sygnałów prądu i napięcia dwójnika elektrycznego o czasowo zależnych skutecznych amplitudach i fazach:

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [U(t) e^{j\omega t} + U^*(t) e^{-j\omega t}]$$

$$i(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [I(t) e^{j\omega t} + I^*(t) e^{-j\omega t}]$$

$$U(t) = |U(t)| e^{j\angle U(t)}$$

$$I(t) = |I(t)| e^{j\angle I(t)}$$

zatem:

$$\begin{aligned} u(t)i(t) &= \frac{1}{2} [U(t)e^{j\omega t} + U^*(t)e^{-j\omega t}] [I(t)e^{j\omega t} + I^*(t)e^{-j\omega t}] = \frac{1}{2} [U(t)I^*(t) + U^*(t)I(t)] + \\ &+ \frac{1}{2} [U(t)I(t)e^{j2\omega t} + U^*(t)I^*(t)e^{-j2\omega t}] = \operatorname{Re}[U(t)I^*(t)] + \operatorname{Re}[U(t)I(t)e^{j2\omega t}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{1}{T} \int_0^T u(\tau+t)i(\tau+t) d\tau = \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{Re}[U(t+\tau)I^*(t+\tau)] d\tau + \\ &+ \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{Re}[U(t+\tau)I(t+\tau)e^{j2\omega(t+\tau)}] d\tau \approx \operatorname{Re}[U(t)I^*(t)] \frac{1}{T} \int_0^T d\tau + \\ &+ \operatorname{Re}\left[U(t)I(t)e^{j2\omega t} \frac{1}{T} \int_0^T e^{j2\omega\tau} d\tau \right] = \operatorname{Re}[U(t)I^*(t)] \end{aligned}$$

Wykorzystano do tego poszerzenie o dodatkową oś czasu dla okresowo zmodulowanego sygnału harmonicznego. Pierwszy czas nośny związany z okresem sygnału oraz drugi czas unoszenia, w którym dochodzi do powolnych, modulowanych zmian obwiedni sygnału. Wyprowadzono zmodulowane prawo Joule'a czyli relacje mocowo-immittancyjne dla ruchomej mocy czynnej oraz ruchomej mocy biernej w przypadku sygnałów quasi-harmonicznych. Relacje te przedstawiono we współrzędnych prostokątnych:

$$\begin{aligned} P(t) &= \left[\begin{array}{l} 1 + \frac{dR(\omega)}{R(\omega)} \frac{\omega}{d\omega} \frac{d\angle I(t)}{d\omega t} + \\ + \frac{dX(\omega)}{X(\omega)} \frac{\omega}{d\omega} \frac{X(\omega)}{R(\omega)} \frac{d|I(t)|/|I(t)|}{d\omega t} \end{array} \right] R(\omega) |I(t)|^2 \\ P(t) &= \left[\begin{array}{l} 1 + \frac{dG(\omega)}{G(\omega)} \frac{\omega}{d\omega} \frac{d\angle U(t)}{d\omega t} + \\ + \frac{dB(\omega)}{B(\omega)} \frac{\omega}{d\omega} \frac{B(\omega)}{G(\omega)} \frac{d|U(t)|/|U(t)|}{d\omega t} \end{array} \right] G(\omega) |U(t)|^2 \\ Q(t) &= \left[\begin{array}{l} 1 + \frac{dX(\omega)}{X(\omega)} \frac{\omega}{d\omega} \frac{d\angle I(t)}{d\omega t} - \\ - \frac{dR(\omega)}{R(\omega)} \frac{\omega}{d\omega} \frac{R(\omega)}{X(\omega)} \frac{d|I(t)|/|I(t)|}{d\omega t} \end{array} \right] X(\omega) |I(t)|^2 \\ Q(t) &= \left[\begin{array}{l} 1 + \frac{dB(\omega)}{B(\omega)} \frac{\omega}{d\omega} \frac{d\angle U(t)}{d\omega t} - \\ - \frac{dG(\omega)}{G(\omega)} \frac{\omega}{d\omega} \frac{G(\omega)}{B(\omega)} \frac{d|U(t)|/|U(t)|}{d\omega t} \end{array} \right] [-B(\omega) |U(t)|^2] \end{aligned}$$

oraz biegunowych:

$$P = |Z||I|^2 \left[\begin{array}{l} \cos \angle Z + \left(\dot{\angle} Z \cos \angle Z + \dot{\ln} |Z| \sin \angle Z \right) \frac{d \ln |I|}{dt} - \\ - \left(\dot{\angle} Z \sin \angle Z - \dot{\ln} |Z| \cos \angle Z \right) \frac{d \angle I}{dt} \end{array} \right]$$

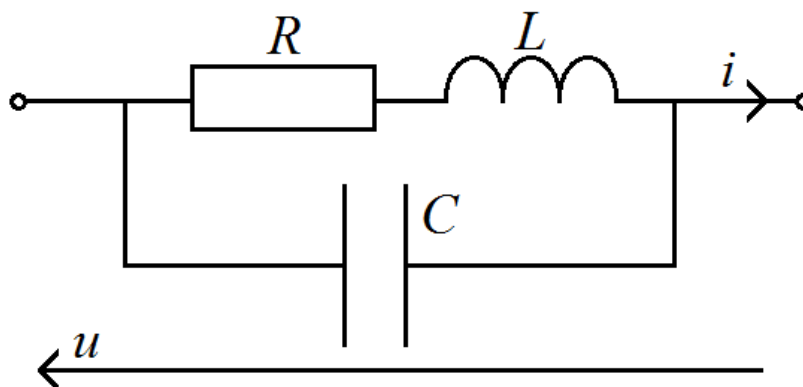
$$P = |Y||U|^2 \left[\begin{array}{l} \cos \angle Y + \left(\dot{\angle} Y \cos \angle Y + \dot{\ln} |Y| \sin \angle Y \right) \frac{d \ln |U|}{dt} - \\ - \left(\dot{\angle} Y \sin \angle Y - \dot{\ln} |Y| \cos \angle Y \right) \frac{d \angle U}{dt} \end{array} \right]$$

$$Q = |Z||I|^2 \left[\begin{array}{l} \sin \angle Z + \left(\dot{\angle} Z \sin \angle Z - \dot{\ln} |Z| \cos \angle Z \right) \frac{d \ln |I|}{dt} + \\ + \left(\dot{\angle} Z \cos \angle Z + \dot{\ln} |Z| \sin \angle Z \right) \frac{d \angle I}{dt} \end{array} \right]$$

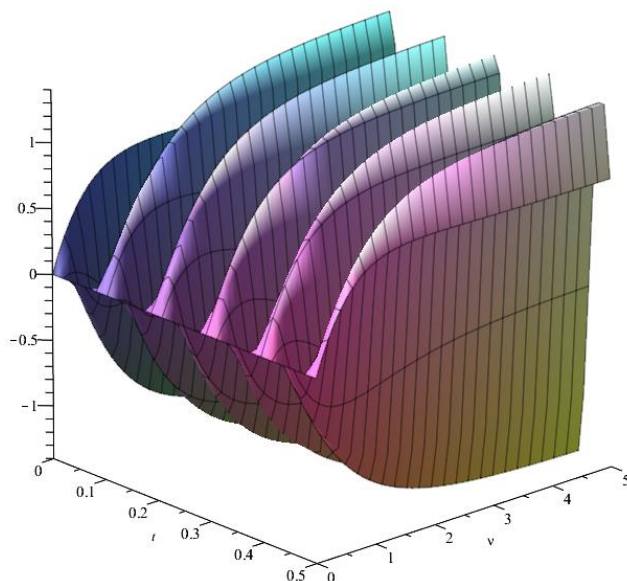
$$Q = |Y||U|^2 \left[\begin{array}{l} -\sin \angle Y - \left(\dot{\angle} Y \sin \angle Y - \dot{\ln} |Y| \cos \angle Y \right) \frac{d \ln |U|}{dt} - \\ - \left(\dot{\angle} Y \cos \angle Y + \dot{\ln} |Y| \sin \angle Y \right) \frac{d \angle U}{dt} \end{array} \right]$$

w formie zawierającej składowe związane z klasyczną mocą czynną i bierną oraz składowe związane z wprowadzeniem modulowanego stanu nieustalonego do operatorów opisujących układ. Zwrócono również uwagę na przypadki szczególne – modulację amplitudy lub fazy oraz omówiono ich wpływ na ogólne wzory. Relacje ruchomej mocy czynnej poszerzono również na sygnały wieloharmonicznie zmodulowane. Przedstawiono modyfikację sygnałów opisanych szeregami Fouriera zawierających wieloharmoniczne zniekształcenie modulacyjne. Poszerzono relacje mocowo–immitancyjne dla ruchomej mocy czynnej we współrzędnych prostokątnych oraz biegunowych, jak i również omówiono przypadki szczególne.

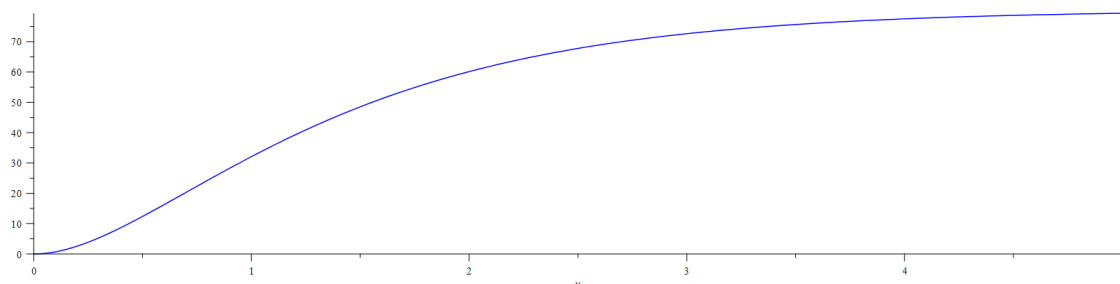
W przykładzie symulacyjnym dla pasywnego dwójnika RLC pokazano zastosowanie pojęcia ruchomej mocy czynnej w kilku zmodulowanych quasi–harmonicznych oraz wieloharmonicznie zmodulowanych sygnałach (rys. 5.2–5.9).



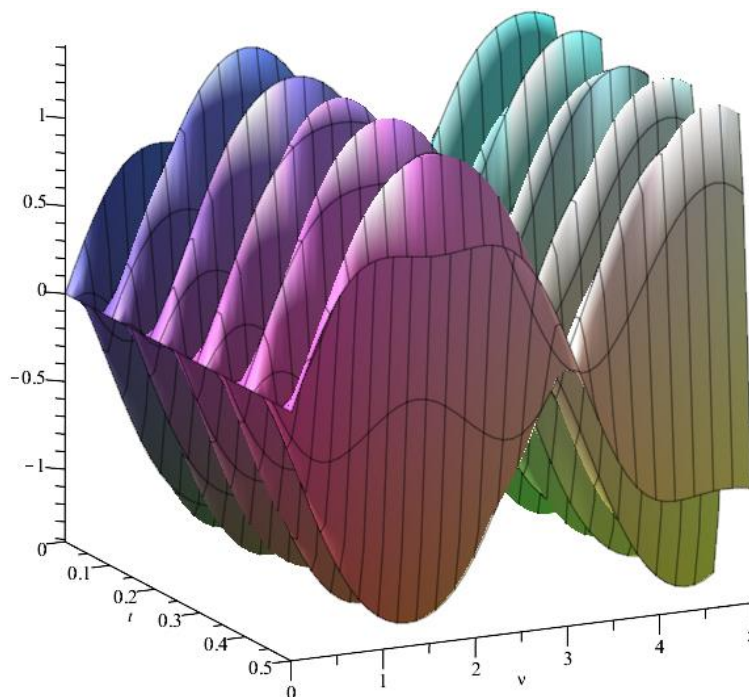
Rys. 5.1. Dwójnik elektryczny typu RLC.



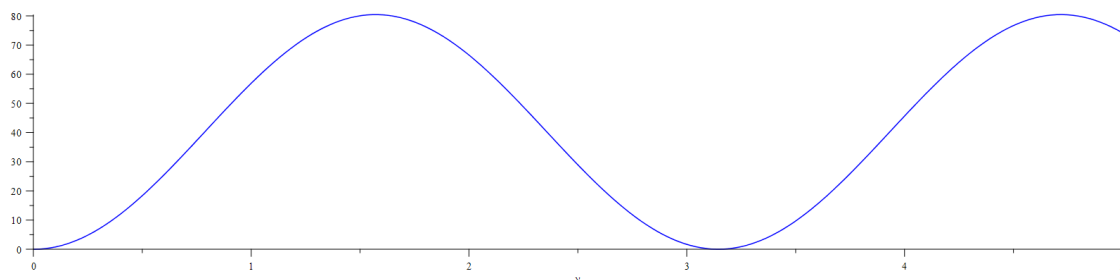
Rys. 5.2. Quasi-harmoniczny prąd z wykładniczą modulacją amplitudy i fazy.



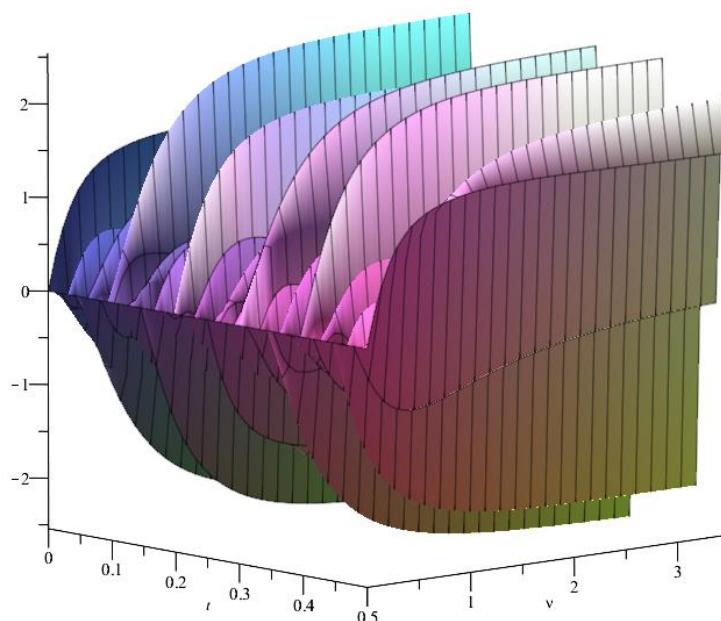
Rys. 5.3. Przebieg ruchomej mocy czynnej dla zmodulowanego wykładniczo prądu.



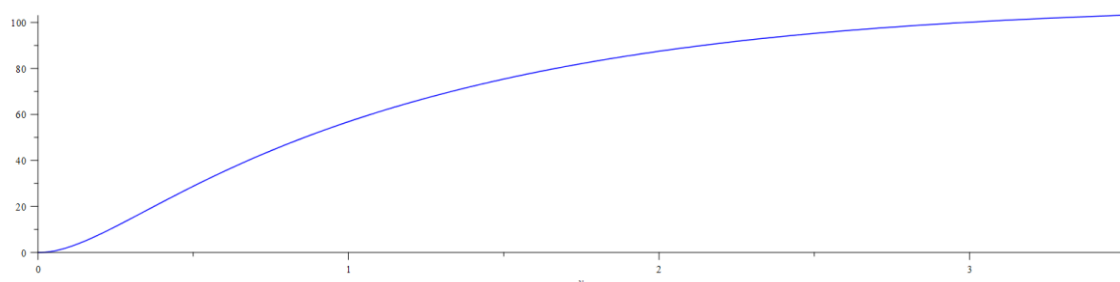
Rys. 5.4. Quasi-harmoniczny prąd z sinusoidalną modulacją amplitudy i fazy.



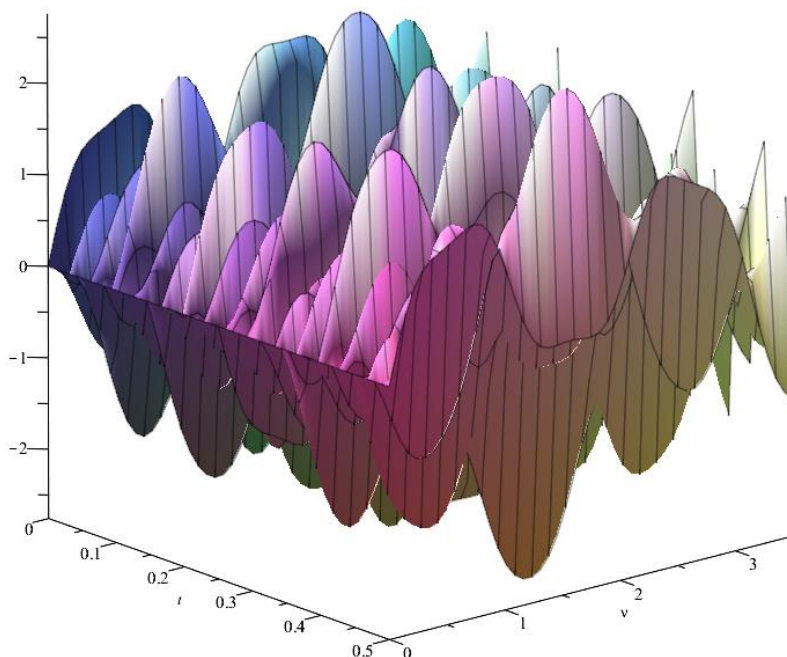
Rys. 5.5. Przebieg ruchomej mocy czynnej dla zmodulowanego sinusoidalnie prądu.



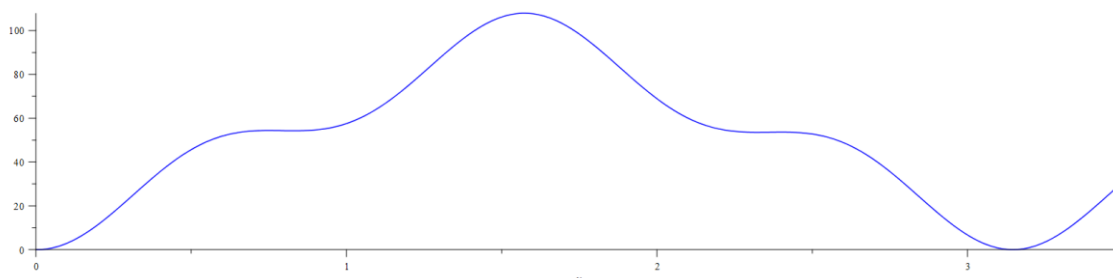
Rys. 5.6. Zmodulowany okresowy prąd z wykładniczą modulacją amplitudy i fazy.



Rys. 5.7. Przebieg ruchomej mocy czynnej dla okresowego zmodulowanego wykładniczo prądu.



Rys. 5.8. Zmodulowany okresowy prąd z sinusoidalną modulacją amplitudy i fazy.



Rys. 5.9. Przebieg ruchomej mocy czynnej dla okresowego zmodulowanego sinusoidalnie prądu.

W przypadku przejściowych modulowanych stanów nieustalonych wyniki porównano z klasycznym sposobem obliczania mocy czynnej, wówczas gdy układ osiągnął stan ustalony. Jednak w przypadku, gdy stan nieustalony jest permanentny klasyczne podejście do obliczenia mocy czynnej nie sprawdza się, natomiast wykorzystanie pojęcia ruchomej mocy czynnej daje wymierne rezultaty.

6 MODULOWANE ZADANIA OPTIMUM

Ostatni rozdział pracy poświęcono na rozwiązanie jednego z najważniejszych zadań optymalnej współpracy źródeł i odbiorników energii, bezpośrednio związanym z minimalizacją strat energii – minimalizację normy prądu pobieranego ze źródła przy zadanej mocy czynnej dostarczanej do odbiornika. Zagadnienie dotąd dobrze znane dla stanów ustalonych harmonicznych i nieharmonicznych okresowych rozszerzono o stany nieustalone uwzględniające płynne przejście z jednego stanu ustalonego w drugi, również ustalony. Stan przejściowy opisany jest poprzez ciągłe przejście (homotopię) z jednego punktu przestrzeni wektorowej – reprezentującej stan ustalony – do drugiego punktu. Wykorzystano zadanie P_{MAX} uwzględniające zniekształcenie modulacyjne:

$$R(s) \left[1 + \frac{d \ln R(s)}{d \ln s} \frac{\sigma}{s} \right] \bar{I}_d(s, t) = \frac{1}{2} \bar{E}(s, t)$$

$$R(s)\bar{I}_{do}(s,t) = \frac{1}{2}\bar{E}(s,t)$$

jako pośredniczące w rozwiązaniu zadania minimalizacji normy prądu, aby ostatecznie uzyskać formuły operatorowe zmodulowanego prądu optymalnego:

$$\bar{I}(s,t) = \lambda R(s)[1 + \lambda R(s)]^{-1} \left\{ 1 + [1 + \lambda R(s)]^{-1} \frac{d \ln R(s)}{d \ln s} \frac{\sigma}{s} \right\} \bar{I}_d(s,t)$$

$$\bar{I}(s,t) = \lambda R(s)[1 + \lambda R(s)]^{-1} \left\{ 1 - \lambda R(s)[1 + \lambda R(s)]^{-1} \frac{d \ln R(s)}{d \ln s} \frac{\sigma}{s} \right\} \bar{I}_{do}(s,t)$$

Przedstawiono również przebieg algorytmu obliczenia zmodulowanego prądu optymalnego w dziedzinie czasu w sytuacji gdy stan przejściowy występujący w źródle opisany jest za pomocą homotopii wykładniczej siły elektromotorycznej:

$$e(\tau, t) = e_1(\tau) e^{-\frac{t}{\theta}} + e_2(\tau) \left(1 - e^{-\frac{t}{\theta}} \right)$$

$$P_{MAX}(t) = \frac{1}{4} \left[\left[R^{-1} - R^{-2} \frac{dR}{ds} \frac{d}{dt} \right] e, e \right] (t) = \frac{1}{4} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\left[R^{-1} - R^{-2} \frac{dR}{ds} \frac{d}{dt} \right] e \right] (\tau, t) e(\tau, t) d\tau$$

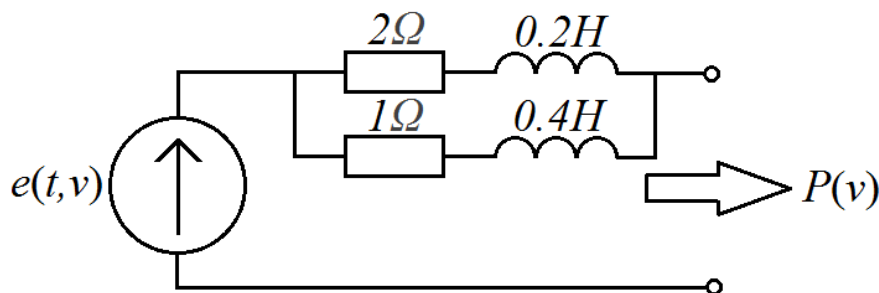
$$x(t) = \frac{P(t)}{P_{MAX}(t)}$$

$$r(t) = \frac{(e, e)(t)}{4P_{MAX}(t)}$$

$$\lambda(t) = \frac{1 - \sqrt{1 - x(t)}}{\sqrt{1 - x(t)}} \frac{1}{r(t)}$$

$$I_{OPT}(\tau, t) = \int_0^T \left[\frac{\lambda}{2} (1 + \lambda R)^{-1} \right] (\tau \ominus t', t) e(t', t) dt' - \int_0^T \left[\frac{\lambda^2}{2} (1 + \lambda R)^{-2} \frac{dR}{ds} \right] (\tau \ominus t', t) \frac{de(t', t)}{dt} dt'$$

W przykładzie symulacyjnym przyjęto rzeczywiste źródło napięcia (rys. 6.1), dla którego stan nieustalony siły elektromotorycznej opisany został przez kilka rodzajów homotopii.



Rys. 6.1. Rzeczywiste źródło napięcia.

Założono również zapotrzebowaną ruchomą moc czynną, która miała być dostarczana na zaciski źródła. Do obliczeń wykorzystano rachunek operatorów (rozdział 2), zagadnienia optimum (rozdział 3), zniekształcenia modulatoryjne (rozdział 4) oraz ruchomą moc czynną (rozdział 5).

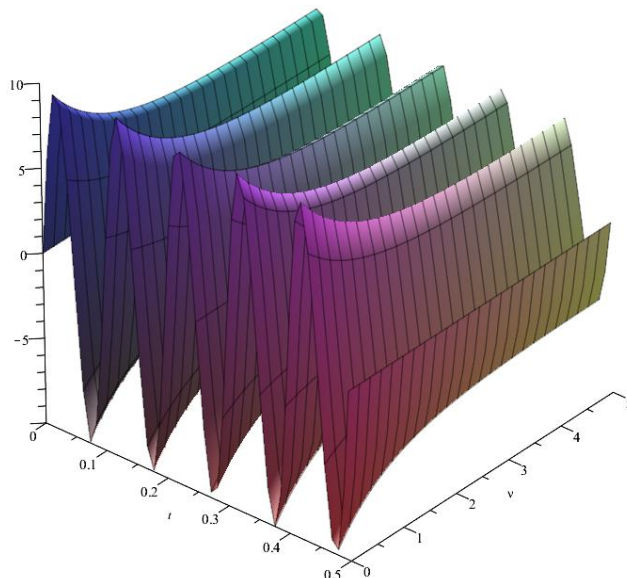
Pierwszym przyjętym przypadkiem było wykorzystanie homotopii wykładniczej opisującej stan nieustalony siły elektromotorycznej (rys. 6.2):

$$e(t, \nu) = e_1(t)e^{-\nu} + e_2(t)(1 - e^{-\nu}) = 10 \sin(20\pi t)e^{-\nu} + 5 \sin(20\pi t)(1 - e^{-\nu})$$

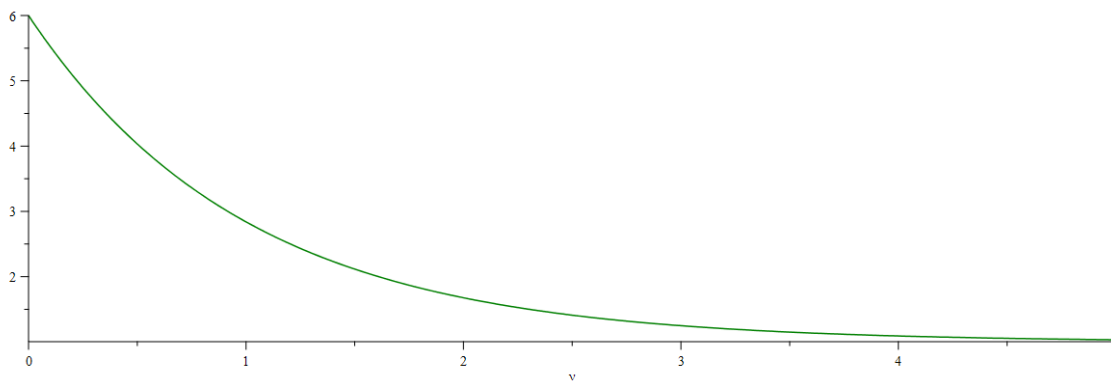
dla którego dla zadanej ruchomej mocy czynnej dostarczanej na zaciski źródła (rys. 6.3):

$$P(\nu) = 5e^{-\nu} + 1$$

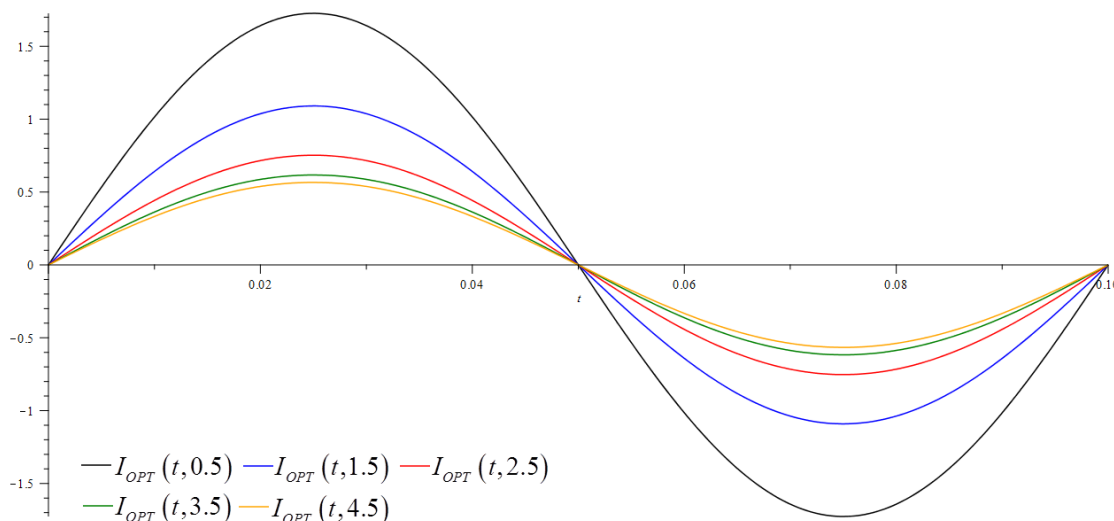
wyznaczono rodzinę prądów o minimalnej normie (rys. 6.4).



Rys. 6.2. Sygnał siły elektromotorycznej modulowany homotopią wykładniczą.

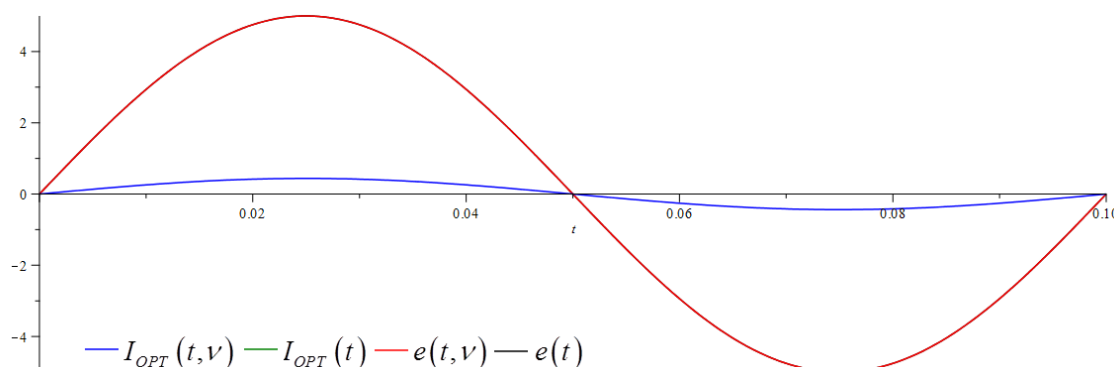


Rys. 6.3. Sygnał zapotrzebowanej mocy czynnej na zaciskach źródła.



Rys. 6.4. Proces zmian sygnału prądu optymalnego w zależności od wartości czasu homotopii.

Homotopia wykładnicza jest przypadkiem szczególnym, tj. opisuje teoretycznie nieskończone przejście pomiędzy jednym stanem ustalonym, a drugim, w praktyce jednak po upływie odpowiedniego czasu różnice są na tyle znikome, że można je zaniechać. Umożliwiło to porównanie wyników uwzględniających modulowany stan nieustalony dla przyjętego czasu homotopii, w którym założono że stan ustalony został z dużą dokładnością osiągnięty, z klasycznym rozwiązaniem nieuwzględniającym zjawisk przejściowych. Różnice były niezauważalne (rys. 6.5).



Rys. 6.5. Zestawienie wyników stanu ustalonego oraz stanu przejściowego.

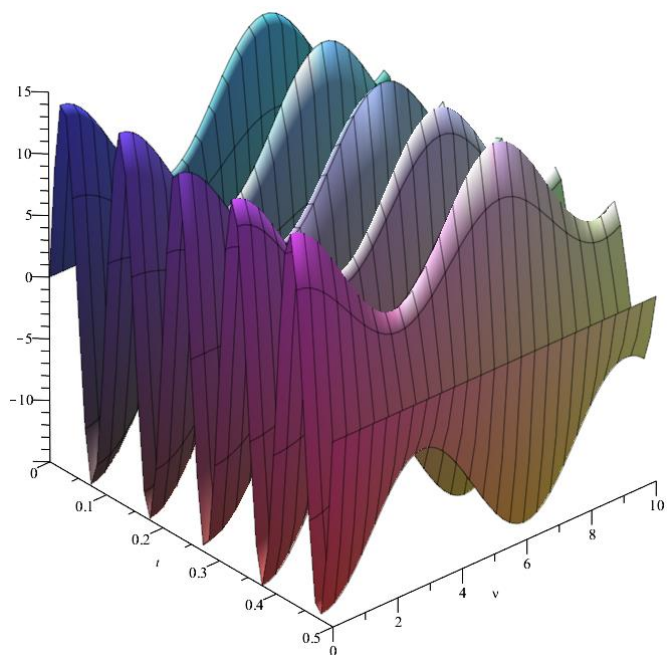
Jako kolejny przypadek rozpatrzono homotopię trygonometryczną (rys. 6.6):

$$e(t, \nu) = e_1(t) + e_2(t) \cos(\nu) = 10 \sin(20\pi t) + 5 \sin(20\pi t) \cos(\nu)$$

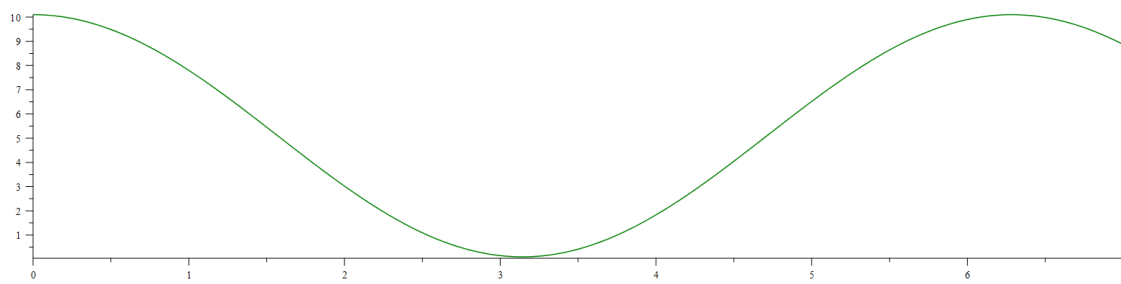
dla której dla zadanej ruchomej mocy czynnej dostarczanej na zaciski źródła (rys. 6.7):

$$P(\nu) = 10 \cos\left(\frac{\nu}{2}\right)^2 + 0.1$$

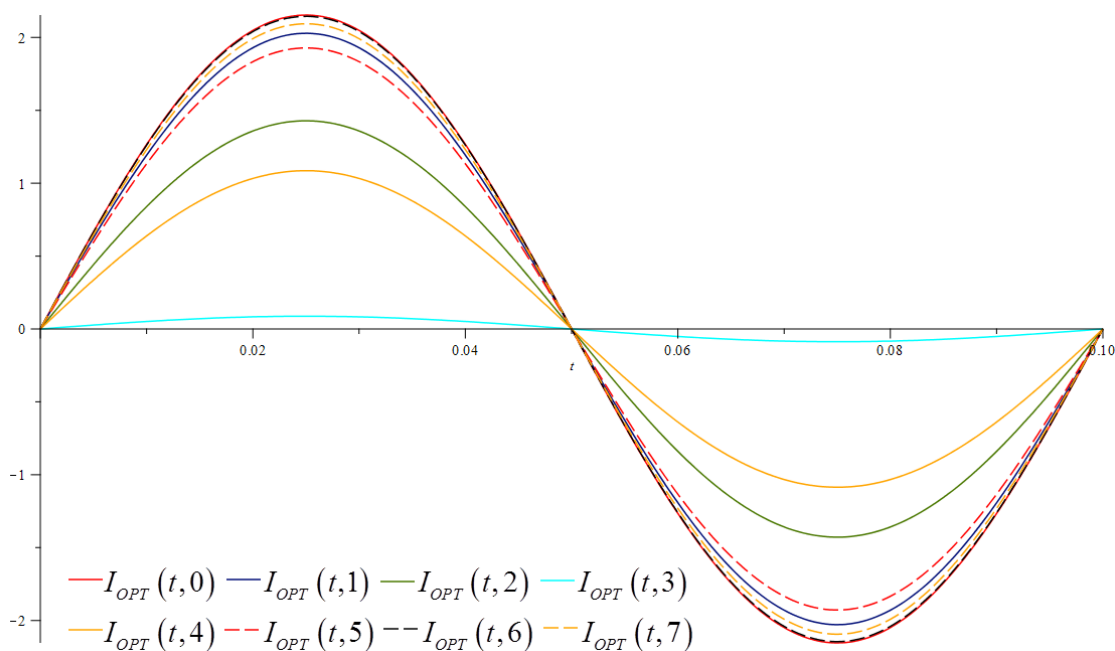
wyznaczono rodzinę prądów o minimalnej normie (rys. 6.8).



Rys. 6.6. Sygnał siły elektromotorycznej modulowany homotopią trygonometryczną.



Rys. 6.7. Sygnał zapotrzebowanej mocy czynnej na zaciskach źródła.



Rys. 6.8. Proces zmian sygnału prądu optymalnego w zależności od wartości czasu homotopii.

Homotopia trygonometryczna jest przykładem permanentnego stanu nieustalonego. W takiej sytuacji niemożliwe jest obliczenie prądu optymalnego dopasowania źródła z odbiornikiem energii.

Procedura przedstawiona w rozprawie umożliwia wyznaczenie sygnału prądu optymalnego w dowolnej chwili stanu przejściowego, a im gęściej będą dobierane próbki czasu związanego z homotopią, tym płynniejszy będzie obraz przejścia układu przez stan nieustalony. Zatem przedstawione algorytmy umożliwiają znalezienie optymalnego rozwiązania (prądu rzeczywistego źródła napięcia o minimalnej normie dostarczającego na zaciski źródła zadaną moc czynną) w sytuacjach, kiedy obliczenia dla stanu ustalonego nie są możliwe do zastosowania.

7 LITERATURA

- [1] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae „Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits”, *International Power Electronics Conference*, Tokyo 1983, s. 1375–1386
- [2] H. Akagi, E. Watanabe, M. Aredes „Instantaneous power theory and applications to power conditioning”, *Wiley-Interscience, A John Wiley and Sons*, New Jersey 2007
- [3] A. Algaddafi, S. Altuwayjiri, O. Ahmed, I. Daho „An optimal current controller design for a grid connected inverter to improve power quality and test commercial PV inverters”, *The Scientific World Journal* 2017, ID 1393476
- [4] M. Brodzki „Od pojęć mocy do metod optymalizacyjnych w teorii obwodów elektrycznych”, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka* 146, Gliwice 1996
- [5] L. S. Czarnecki „Currents’ Physical Components (CPC) in systems with semi-periodic voltages and currents”, *2015 International School of Nonsinusoidal Currents and Compensation*, Łągow 2015
- [6] L. S. Czarnecki „Wspomnienie o Profesorze Stanisławie Fryzem i refleksje nad Jego miejscem w teorii mocy”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 87 (2011), nr 1, s. 123–128
- [7] S. Fryze „Moc rzeczywista, urojona i pozorną w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 7 (1931), nr 7-8, s. 193–234
- [8] H. Fujita, H. Akagi „The unified power quality conditioner: the integration of series- and shunt-active filters”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 13 (1998), nr 2, s. 315–322
- [9] K. Hawron „Rachunek operatorowy dla sygnałów impulsowych i okresowych w dziedzinie czasu”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 90 (2014), nr 9, s. 225–228
- [10] T. Kaczorek „Selected problems of fractional systems theory”, *Springer-Verlag*, Berlin 2012
- [11] V. Khadkikar „Enhancing electric power quality using UPQC: a comprehensive overview”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27 (2012), nr 5, s. 2284–2297
- [12] R. Kłosiński „The steady-state impedance operator of a linear periodically time-varying one-port network and its determination”, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 19 (2009), nr 4, s. 661–673
- [13] T. Kunming, W. Hongliang, L. Jian „A research for time-varying power in power electric power system”, *2012 10th International Power & Energy Conference*, Ho Chi Minh 2012, s. 397–401
- [14] L. Li, X. Xu, Y. Wang, Y. Xie, X. Zhang, Z. Zeng „Research of several reference current extracting methods in time domain”, *2016 IEEE International Conference on Renewable Energy Research and Applications*, Birmingham 2016
- [15] S. Moran „A line voltage regulator/conditioner for harmonic-sensitive load isolation”, *Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, San Diego 1989, s. 947–951
- [16] M. Pasko „Dobór kompensatorów optymalizujących warunki pracy źródeł napięć jednofazowych i wielofazowych z przebiegami odkształconymi”, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka* 135, Gliwice 1994

- [17] M. Pasko, J. Walczak „Optymalizacja energetyczno–jakościowych właściwości obwodów elektrycznych z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi”, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka* 150, Gliwice 1996
- [18] F. Peng, J. Lai „Generalized instantaneous reactive power theory for three–phase power systems”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 45 (1996), nr 1, s. 293–297
- [19] C. Richards, D. Nicolae „An analysis of power quality of matrix converters when using a Fryze reference”, *2014 IEEE 16th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, s. 493–496, Bukareszt 2014
- [20] I. Sirotin „Fryze’s compensator and Fortescue transformation”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 87 (2011), nr 1, s. 101–106
- [21] M. Siwczyński „Metody optymalizacyjne w teorii mocy obwodów elektrycznych”, *Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej*, Kraków 1995
- [22] M. Siwczyński „Energetyczna teoria obwodów”, *Wydawnictwo Instytutu Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią Państwowej Akademii Nauk*, Kraków 2003
- [23] M. Siwczyński „Rozkłady: prąd aktywny, prąd rozrzutu, prąd bierny w dziedzinie czasu – obwody jednofazowe”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 86 (2010), nr 6, s. 196–201
- [24] M. Siwczyński „Rozkłady: prąd aktywny, prąd rozrzutu, prąd bierny w dziedzinie czasu dyskretnego”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 86 (2010), nr 7, s. 338–341
- [25] M. Siwczyński „Rozkłady: prąd aktywny, prąd rozrzutu, prąd bierny, prąd niesymetrii w dziedzinie czasu – obwody trójfazowe”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 86 (2010), nr 8, s. 210–213
- [26] M. Siwczyński „Rozkłady: prąd aktywny, prąd rozrzutu, prąd bierny w dziedzinie czasu – podstawy matematyczne, metoda splotowa”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 87 (2011), nr 3, s. 254–257
- [27] M. Siwczyński „Rozkłady: prąd aktywny, prąd rozrzutu, prąd bierny w dziedzinie czasu – podstawy matematyczne, metoda operatorowa”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 87 (2011), nr 4, s. 134–141
- [28] M. Siwczyński „O współzależności między mocą bierną a stabilnością napięcia zasilania w przypadku okresowych niesinusoidalnych przebiegów napięcia i prądu”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 87 (2011), nr 6, s. 169–173
- [29] M. Siwczyński „Moc bierna w układach zasilanych impulsowo”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 87 (2011), nr 8, s. 121–127
- [30] M. Siwczyński „Synteza układów analogowych i cyfrowych”, *Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej*, Kraków 2016
- [31] M. Siwczyński, A. Drwał „Minimalizacja wahań napięcia źródła stratnego – rozwiązanie zagadnienia w dziedzinie czasu”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 93 (2017), nr 6, s. 76–78
- [32] M. Siwczyński, A. Drwał, S. Żaba „Rozkład admitancji odbiornika na składową czynną i bierną w dziedzinie czasu”, *Wiadomości Elektrotechniczne*, 79 (2011), nr 10, s. 36–39
- [33] M. Siwczyński, A. Drwał, S. Żaba „L1–impulses method as an alternative method of harmonic components in the power theory of discrete time systems”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences*, 60 (2012), nr 1, s. 111–117
- [34] M. Siwczyński, A. Drwał, S. Żaba „Moc maksymalna a moc zwarciova źródła sygnału impulsowego lub okresowego”, *Wiadomości Elektrotechniczne*, 81 (2013), nr 10, s. 27–30
- [35] M. Siwczyński, A. Drwał, S. Żaba „Minimalnoenergetyczny rozkład sygnałów sinusoidalnych w obwodach elektrycznych”, *Wiadomości Elektrotechniczne*, 82 (2014), nr 9, s. 22–25
- [36] M. Siwczyński, A. Drwał, S. Żaba „Minimalno–energetyczny rozkład napięciowych sygnałów elektrycznych w przestrzeni liniowej L1–impulsów”, *Pomiary Automatyka Kontrola*, 60 (2014), nr 11, s. 1016–1020

- [37] M. Siwczyński, A. Drwal, S. Żaba „Minimalno–energetyczny rozptyw prądowych sygnałów elektrycznych w przestrzeni liniowej L1–impulsów”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 90 (2014), nr 12, s. 47–51
- [38] M. Siwczyński, A. Drwal, S. Żaba „Energy–optimal current distribution in a complex linear electrical network with pulse of periodic voltage and current signals”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences*, 64 (2016), nr 1, s. 45–50
- [39] M. Siwczyński, A. Drwal, S. Żaba „Energy–optimal current distribution in a complex linear electrical network with pulse or periodic voltage and current signals. Suboptimal control”, *Measurement Automation Monitoring*, 62 (2016), nr 4, s. 125–128
- [40] M. Siwczyński, A. Drwal, S. Żaba „Energetycznie optymalny rozkład napięć w złożonej liniowej sieci elektrycznej z impulsowymi lub okresowymi przebiegami sygnałów napięciowych i prądowych. Sterowanie suboptymalne”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 92 (2016), nr 4, s. 187–190
- [41] M. Siwczyński, A. Drwal, S. Żaba „Energetycznie optymalny rozkład napięć w złożonej liniowej sieci elektrycznej z impulsowymi lub okresowymi przebiegami sygnałów napięciowych i prądowych. Sterowanie optymalne”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 92 (2016), nr 7, s. 156–161
- [42] M. Siwczyński, A. Drwal, S. Żaba „Energetycznie optymalny rozkład zmodulowanych sygnałów prądu w złożonej liniowej sieci elektrycznej”, *Poznan University of Technology Academic Journals, Electrical Engineering*, 2017, nr 90, s. 265–276
- [43] M. Siwczyński, A. Drwal, S. Żaba „Minimalizacja wahań napięcia źródła stratnego w stanie nieustalonym – rozwiązanie w dziedzinie czasowej”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 93 (2017), nr 9, s. 54–57
- [44] M. Siwczyński, A. Drwal, S. Żaba „Minimalizacja wahań napięcia sieci elektrycznej w stanach przejściowych quasiharmonicznych”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 93 (2017), nr 10, s. 146–148
- [45] M. Siwczyński, K. Hawron „Związek między mocą bierną a wrażliwością napięcia bezstratnego źródła w dziedzinie częstotliwości”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 90 (2014), nr 11, s. 216–219
- [46] M. Siwczyński, K. Hawron „Rozkłady G, B operatorów immitancyjnych zaburzonych modulacyjnie – zaburzenia wyższego rzędu”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 91 (2015), nr 9, s. 78–80
- [47] M. Siwczyński, K. Hawron „Rozkłady G, B operatorów dwójników elektrycznych i ich zaburzenia modulacyjne”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 91 (2015), nr 10, s. 257–261
- [48] M. Siwczyński, K. Hawron „Rozkłady G, B operatorów immitancyjnych zaburzonych modulacyjnie – realizacja za pomocą filtrów cyfrowych”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 92 (2016), nr 5, s. 212–215
- [49] M. Siwczyński, K. Hawron „The optimal online control of the instantaneous power and the multiphase source’s current”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences*, 65 (2017), nr 6, s. 827–832
- [50] M. Siwczyński, K. Hawron „Optimum tasks and solutions for energy transmission from the source to the receiver”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences*, 66 (2018), nr 5, s. 655–663
- [51] M. Siwczyński, M. Jaraczewski „The L–1 impulse method as an alternative for the Fourier series in the power theory of continuous time systems”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences*, 57 (2009), nr 1, s. 79–85
- [52] M. Siwczyński, M. Jaraczewski „Obliczanie optymalnego prądu źródła na podstawie kryterium chwilowej mocy maksymalnej”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 85 (2009), nr 6, s. 155–158
- [53] M. Siwczyński, M. Jaraczewski „Źródło trójfazowe sterowane przy kryterium maksymalnej mocy chwilowej”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 85 (2009), nr 10, s. 71–75

- [54] M. Siwczyński, M. Jaraczewski „Application of L1–impulse method to the optimization problems in power theory”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences*, 58 (2010), nr 1, s. 197–207
- [55] M. Siwczyński, M. Jaraczewski „Prąd dopasowania ułankowego źródła mocy”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 86 (2010), nr 4, s. 305–309
- [56] M. Siwczyński, M. Jaraczewski „Zasada podobieństwa w równaniach optymalizacyjnych teorii mocy i energii”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 86 (2010), nr 11a, s. 260–264
- [57] M. Siwczyński, M. Jaraczewski „Reactive compensator sythesis in time–domain”, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences*, 60 (2012), nr 1, s. 119–124
- [58] M. Siwczyński, S. Żaba „Minimalizacja wahań napięcia źródła energii elektrycznej z uwzględnieniem strat wewnętrznych”, *Przegląd Elektrotechniczny*, 93 (2017), nr 4, s. 153–155
- [59] V. Staudt „Fryze – Buchholz – Depenbrock: A time–domain power theory”, 2008 *International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation*, Łagów 2008
- [60] S. Sun, S. Huang „On the meaning of nonsinusoidal active currents”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 40 (1991), nr 1, s. 36–38
- [61] A. Szromba, W. Mysiński „Voltage–source–inverter–based conductance–signal–controlled shunt active power filter”, 2017 *19th European Conference on Power Electronics and Applications*, Warsaw 2017
- [62] R. Tripathi, T. Hanamoto „Improvement in power quality using Fryze conductance algorithm controlled grid connected solar PV system”, 2015 *International Conference on Informatics, Electronics & Vision*, Fukuoka 2015
- [63] J. Walczak „Optymalizacja energetyczno–jakościowych właściwości obwodów elektrycznych w przestrzeniach Hilberta”, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka* 125, Gliwice 1992
- [64] J. Willems “A new interpretation of the Akagi–Nabae power components for nonsinusoidal three–phase situations”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 41 (1992), nr 4, s. 523–527
- [65] Y. Xu, L. Tolbert, F. Peng, J. Chiasson, J. Chen „Compensation–based non–active power definition”, *IEEE Power Electronics Letters*, 1 (2003), nr 2, s. 45–50
- [66] I. Ziari, G. Ledwich, A. Ghosh, D. Cornforth, M. Wishart „Optimal allocation and sizing of capacitors to minimize the transmission line loss and to improve the voltage profile”, *Computers and Mathematics with Applications*, 60 (2010), nr 4, s. 1003–1013