

Zakład Automatyki Napędów i Energoelektroniki
Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii
Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej

Arkadiusz Duda

STRESZCZENIE
ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

Diagnozowanie silników indukcyjnych
klatkowych przy wykorzystaniu wpływu
nieliniowości obwodu magnetycznego

Promotor pracy

dr hab. inż. Piotr Drozdowski, prof. PK

Promotor pomocniczy

dr inż. Maciej Sułowicz

Politechnika Krakowska
im. Tadeusza Kościuszki

Data opracowania 28.11.2018r.

1 Wstęp

1.1 Celowość badań i teza pracy

Mierzalnymi sygnałami zewnętrznymi zależnymi od pola magnetycznego w szczelinie są napięcie i prąd stojana kolejności zerowej po rozkładzie napięć i prądów fazowych w składowe symetryczne. Przebiegi składowej zerowej napięcia oraz składowej zerowej prądu stojana zależą w dużym stopniu od nasycenia obwodu magnetycznego maszyny. Przy połączeniu uzwojenia stojana w gwiazdę rozpatrywany może być przebieg składowej zerowej napięcia, a przy połączeniu w gwiazdę z przewodem neutralnym lub w trójkąt, przebieg składowej zerowej prądu. Dokonując wstępnych badań tych sygnałów, w warunkach niesymetrii elektrycznej wirnika, zaobserwowano znaczącą zmianę ich przebiegów objawiającą się zmianą spektrum w postaci dodatkowych prążków w stosunku do pracy maszyny symetrycznej i nieuszkodzonej [6]. Zachęciło to do dalszych badań maszyn indukcyjnych pracujących w innych warunkach niesymetrii, np. przy ekscentrycznym położeniu wirnika wywołującym niesymetrię magnetyczną.

Głównym celem badań było rozpoznanie na ile skutecznie diagnostycznie mogą być odkształcenia w przebiegach wspomnianych składowych zerowych napięcia i prądu, w stosunku do dotychczas wykorzystywanych sygnałów, którym głównie było spektrum prądu stojana, a także w jakim stopniu dodatkowe sygnały powiększają informacyjną bazę diagnostyczną dla silników indukcyjnych. Postawiono zatem następującą tezę: *wpływ nieliniowości obwodu magnetycznego silnika indukcyjnego klatkowego objawia się, podczas jego pracy, generowaniem częstotliwości charakteryzujących spektra takich wielkości pomiarowych, jak składowe symetryczne kolejności zerowej napięcia i prądu stojana, które można wykorzystać do diagnozowania uszkodzeń tych silników.*

1.2 Metodyka i program badań

Metodykę badań podzielono na trzy etapy, wymienione poniżej, dla których określono programy badań.

1. Określenie widma składowych symetrycznych kolejności zero napięcia i prądu stojana z wyróżnieniem częstotliwości charakteryzujących poszczególne uszkodzenia. Wzory matematyczne opisujące te częstotliwości wyprowadzono z uproszczonego modelu matematycznego silnika z nieliniowym magnetowodem, sformułowanego w postaci obwodowej. Na podstawie modelu wyprowadzono wyrażenie dla składowej zerowej napięcia, które poddane analizie w stanie ustalonym pozwoliło wyłonić charakterystyczne częstotliwości spektrum dla symetrii i niesymetrii. Częstotliwości te stanowią podstawę dla poszukiwania takich samych w spektrach przebiegów zmierzonych i obliczonych metodami polowo-obwodowymi. Dodatkowo pierwszy etap badań uzupełniono o analizę wyników z symulacji modelu obwodowego.
2. Symulacja komputerowa, za pomocą modelowania polowo-obwodowego, pracy silnika indukcyjnego w warunkach symetrii i niesymetrii spowodowanej uszkodzeniami. Wyniki obliczeń potraktowano jako wzorcowe, oddające ściśle poszczególne przypadki uszkodzeń.
3. Pomiar silników nieuszkodzonych i uszkodzonych na obiektach laboratoryjnych. Wyniki pomiarów skonfrontowano z wynikami obliczeń polowo-obwodowych poprzez porównanie widm, z których wyróżniono częstotliwości charakterystyczne dla uszkodzeń.

Badania silnika indukcyjnego klatkowego przeprowadzono dla dwóch kategorii niesymetrii wewnętrznej maszyny:

- niesymetrii elektrycznej spowodowanej pogorszeniem połączeń w klatce wirnika,
- niesymetrii magnetycznej spowodowanej ekscentrycznym ułożeniem wirnika względem stojana.

Pierwszy przypadek uzupełniono badaniami wpływu niesymetrii zewnętrznej i wewnętrznej obwodu stojana na rozpatrywane sygnały, a w drugim wyróżniono klasyfikację ekscentryczności na tzw. statyczną, dynamiczną i mieszaną. W celu pokazania tego, że nieliniowość obwodu magnetycznego generuje dodatkowe sygnały diagnostyczne, analizowane przypadki w badaniach połowo-obwodowych i obwodowych podzielono na dwie główne grupy:

- I. Obliczenia maszyny z liniowym obwodem magnetycznym.
- II. Obliczenia z obwodem nieliniowym.

W każdej grupie dokonano badania silnika z uzwojeniami połączonymi:

- A. W gwiazdę.
- B. W gwiazdę z przewodem neutralnym.
- C. W trójkąt.

Rozpatrzono pracę silnika:

1. Symetrycznego.
2. Z niesymetrią elektryczną obwodu klatki.
3. Z ekscentrycznością statyczną wirnika.
4. Z ekscentrycznością dynamiczną wirnika.
5. Z ekscentrycznością mieszaną wirnika.

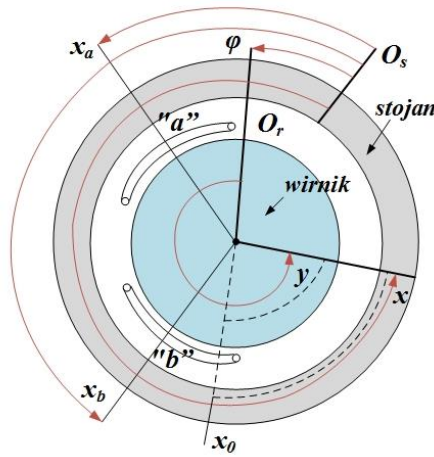
We wszystkich analizowanych przypadkach silnik zasilono trójfazowym symetrycznym napięciem o stałej częstotliwości. Przypadki te oznaczono dalej wykorzystując powyższe oznaczenia punktów, np. II.A.5 – silnik z nieliniowym obwodem magnetycznym, połączony w gwiazdę z ekscentrycznością mieszaną wirnika.

2 Podstawy matematyczne interpretacji sygnałów diagnostycznych

Przyjęto, że mierzalnymi sygnałami generowanymi przez maszynę indukcyjną, w których występuje wyraźnie wpływ nieliniowości obwodu magnetycznego, są przebiegi składowej symetrycznej kolejności zero napięcia stojana lub składowej symetrycznej kolejności zero prądu stojana, które dalej będą nazywane składowymi zerowymi. Jak wykazano w [6], sygnał składowej zerowej napięcia zawiera dodatkowe składniki, o częstotliwościach będących skutkiem niesymetrii wirnika, zinterpretowane w oparciu o obwodowy model silnika. Model obwodowy umożliwia określenie mechanizmu ich pojawiania się w taki sposób, aby wnioski dotyczyły ogółu maszyn o różnych konstrukcjach, a nie tylko konkretnego przypadku.

2.1 Analiza przepływu magnetycznego i funkcji permeancji szczeliny powietrznej maszyny indukcyjnej

Na rys. 2.1 został zaprezentowany szkic sytuacyjny przekroju poprzecznego maszyny indukcyjnej ze współrzędnymi kątowymi: x - kąt położenia względem stojana (punkt O_s), y - kąt położenia względem wirnika (punkt O_r), φ - kąt obrotu wirnika względem stojana, x_0 - kąt zerowej indukcji w szczelinie, x_a - położenie uzwojenia „a”, x_b - położenie uzwojenia „b”.



Rys. 2.1 Szkic sytuacyjny przekroju poprzecznego maszyny indukcyjnej

Przeptyw wypadkowy stojana i wirnika

Dla dowolnych kombinacji harmoniczných przepływu rzędu ν stojana i ρ wirnika

$$\begin{aligned} \theta_{|\nu|,|\rho|}(x) = \theta_{s|\nu|}(x) + \theta_{r|\rho|}(x) = & \sqrt{3} \frac{N_s k_s^{|\nu|}}{\pi |\nu|} \left(\dot{i}_s^{(|\nu|/p \bmod 3)} e^{-j|\nu|x} + \dot{i}_s^{(|\nu|/p \bmod 3)*} e^{j|\nu|x} \right) + \\ & + \sqrt{N} \frac{1}{\pi |\rho|} \left(\dot{i}_r^{(|\rho| \bmod N)} e^{-j|\rho|(x-\varphi)} + \dot{i}_r^{(|\rho| \bmod N)*} e^{j|\rho|(x-\varphi)} \right) \end{aligned} \quad (2.1-1)$$

gdzie:

$$H_\nu = \{p, 3p, 5p, 7p, \dots\}, H_\rho = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$k_s^{|\nu|}$ – współczynnik uzwojenia stojana dla rzędu ν harmoniczných pola magnetycznego.

$k_r^{|\rho|}$ – współczynnik uzwojenia wirnika dla rzędu ρ harmoniczných pola magnetycznego.

Dla każdego $|\nu|$ przepływ stojana wytwarza pola magnetyczne składowe o sinusoidalnym rozkładzie i liczbie par biegunów $|\nu|$, natomiast indukowany przepływ wirnika pole magnetyczne o liczbie par biegunów $|\rho|$. Tak więc musi zachodzić $|\rho| = |\nu|$. Jeśli przepływ wirnika zawiera harmoniczných dla innych rzędów ρ , to nie współdziałają one z przepływem stojana. Wprowadzając współczynniki przekładniowe

$$\xi_{|\nu|} = \frac{\sqrt{3} N_s k_s^{|\nu|}}{\sqrt{N} k_r^{|\nu|}} \quad (2.1-2)$$

oraz przekształcając składowe symetryczne do postaci

$$\begin{aligned} \dot{i}_r^{j(\nu \bmod N)} &= \frac{1}{\xi_{|\nu|}} \dot{i}_r^{(\nu \bmod N)} e^{j\nu\varphi} = \dot{i}_{r\alpha}^{(\nu \bmod N)} + j \dot{i}_{r\beta}^{(\nu \bmod N)} \\ \dot{i}_s^{j(\nu/p \bmod 3)} &= \dot{i}_{s\alpha}^{(\nu/p \bmod 3)} + j \dot{i}_{s\beta}^{(\nu/p \bmod 3)} \end{aligned} \quad (2.1-3)$$

Można zatem zdefiniować zastępcze prądy magnesujące wytwarzające ten przepływ

$$\begin{aligned} \dot{i}_M^\nu &= (\dot{i}_{s\alpha}^{(\nu/p \bmod 3)} + \dot{i}_{r\alpha}^{(\nu \bmod N)}) \cos \nu x + (\dot{i}_{s\beta}^{(\nu/p \bmod 3)} + \dot{i}_{r\beta}^{(\nu \bmod N)}) \sin \nu x = \\ &= I_M^\nu \cos(\nu x - \alpha^\nu) \end{aligned} \quad (2.1-4)$$

Dla podstawowej harmonicznej pola magnetycznego rzędu $|v|=p$ otrzymuje się postać prądu magnesującego:

$$I_M = \sqrt{(i_{s\alpha} + i_{r\alpha}^{(p)})^2 + (i_{s\beta} + i_{r\beta}^{(p)})^2} \quad (2.1-5)$$

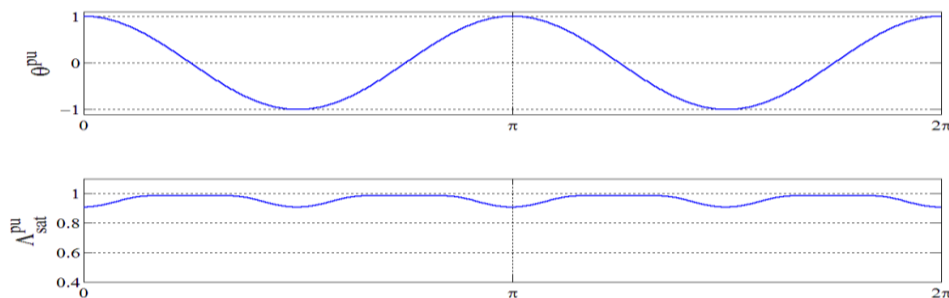
$$\alpha = \arctan \frac{i_{s\beta} + i_{r\beta}^{(p)}}{i_{s\alpha} + i_{r\alpha}^{(p)}}$$

Dla układu mechanicznego maszyny przedstawionego na Rysunek 2.1 rozkład indukcji pola magnetycznego w szczeliny powietrznej pomiędzy stojanem i wirnikiem, przy wymuszającej to pole SMM o rozkładzie $\theta(x, \varphi, \mathbf{I})$ wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej, można przybliżyć za pomocą wzoru (2.2-1) opisanego w [10], [16]

$$B_\delta(x, \varphi, \mathbf{I}) = \mu_0 \Lambda_\delta(x, \varphi) \left(\theta(x, \varphi, \mathbf{I}) - \frac{\int_x^{x+2\pi} \Lambda_\delta(x, \varphi) \theta(x, \varphi, \mathbf{I}) dx}{\int_x^{x+2\pi} \Lambda_\delta(x, \varphi) dx} \right) \quad (2.1-6)$$

gdzie: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m. Kształt rozkładu $\theta(x, \varphi, \mathbf{I})$ jest wymuszony w chwili t przez prądy uzwojeń, natomiast przewodność magnetyczna geometrii szczeliny $\Lambda_\delta(x, \varphi)$ jest odwrotnością zmieniającej się jej grubości przy założeniu, że linie pola magnetycznego przenikają przez szczelinę radialnie:

W celu wyznaczenia rodziny charakterystyk funkcji permeancji dokonano badania rozkładu pola magnetycznego z wykorzystaniem metody sieci reluktancyjnej [5]. Badania przeprowadzono dla maszyny indukcyjnej o liczbie par biegunów $p=2$ i parametrach konstrukcyjnych magnetowodu oraz uzwojeń silnika indukcyjnego klatkowego Sg112-M4, przy monoharmonicznym rozkładzie wymuszającej SMM i równomiernej szczeliny.



Rys. 2.2 Rozkład funkcji permeancji Λ_{sat}^{pu} względem kąta x wzdłuż obwodu równomiernej szczeliny maszyny indukcyjnej dla monoharmonicznego przepływu wymuszającego θ^{pu}

Z rys. 2.2 można wyciągnąć wnioski, że w przebiegu $\Lambda_{sat}^{pu}(x)$ dominuje składowa pochodząca od monoharmonicznej składowej przepływu wymuszającego wykazującej liczbę par biegunów p .

Zatem, na podstawie przeprowadzonych rozważań, funkcja modelująca efekty nasycenia magnetowodu przyjmuje ostateczną postać:

$$\Lambda_{sat}^{pu}(x, \alpha_M, I_M) = \sum_{\mu \in H_\mu} \Lambda_\mu^{pu}(I_M) e^{j\mu(px - \alpha)} \quad (2.1-7)$$

gdzie: α - kąt elektryczny wektora prądu magnesującego, $\mu = 0, \pm 2$, I_M - amplituda wektora prądu magnesującego, wyznaczone na podstawie (2.1-5). Funkcja (2.1-7) modelująca nieliniowość obwodu magnetycznego w silniku indukcyjnym klatkowym zależy od położenia i wartości wektora

prądu magnesującego oraz od liczby par biegunów uzwojenia stojana, natomiast założono, że nie zależy od ekscentrycznie położonego wirnika.

2.2 Funkcja permeancji dla rozpatrywanych przypadków ekscentryczności

Jednym z czynników modulujących permeancję jest jednostkowa funkcja przybliżająca zmienną przewodność magnetyczną spowodowaną nierównomierną szczeliną powietrzną. Funkcja ta jest odwrotnością funkcji długości linii sił pola magnetycznego pomiędzy stojanem a wirnikiem. Aby wyznaczyć taką funkcję można skorzystać z metody uproszczonej, która bazuje na zależnościach geometrycznych i zakłada prostopadły kierunek wchodzenia i wychodzenia linii sił pola elektromagnetycznego na styku materiału ferromagnetycznego stojana i wirnika, a szczeliną powietrzną [12], [20]. Taką funkcję można przedstawić za pomocą szeregu

$$\begin{aligned} \Lambda_{ecc}^{pu}(x, \varphi) &= \frac{\delta_0}{\delta(x, \varphi)} = \sum_{k \in H_k} \sum_{l \in H_l} \Lambda_{k,l} e^{jky} e^{jlx} = \sum_{k \in H_k} \sum_{l \in H_l} \Lambda_{k,l} e^{jk(x-\varphi)} e^{-jlx} = \\ &= \sum_{k \in H_k} \sum_{l \in H_l} \Lambda_{k,l} e^{j(k+l)x} e^{-jk\varphi} \end{aligned} \quad (2.2-1)$$

gdzie: $k \in H_k$, $H_k = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, k_{\max}\}$, $l \in H_l$, $H_l = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, l_{\max}\}$. Współczynniki $\Lambda_{k,l}$ należy wyznaczyć za pomocą algorytmu *FFT 2D*.

Biorąc pod uwagę funkcje modelujące nasycenie magnetowodu (2.1-7) i ekscentryczne położenie wirnika (2.2-1), przy założeniu gładkiej powierzchni stojana i wirnika, można przybliżyć permeancję szczeliny powietrznej silnika wyrażeniem, które powstało w wyniku modulacji amplitudowej

$$\Lambda(x, \alpha_\mu, \varphi, I_M) = \sum_{m \in H_m} \sum_{k \in H_k} \sum_{\mu \in H_\mu} \Lambda_{m,k,\mu} e^{jmx} e^{-jk\varphi} e^{-j\mu\alpha} \quad (2.2-2)$$

gdzie:

$$\Lambda_{m,k,\mu} = \frac{1}{\delta_0} \Lambda_\mu(I_M) \cdot \Lambda_l \cdot \Lambda_k \quad (2.2-3)$$

$$m = \mu p + k + l \quad m \in H_m \quad (2.2-4)$$

Dokładność odwzorowania opisanych zjawisk przez funkcję permeancji zależy od liczby uwzględnionych wyrazów w szeregach funkcji modulujących permeancję główną.

2.3 Indukcyjności uzwojeń

W celu wyznaczenia indukcyjności uzwojeń wykorzystano metodykę opracowaną w [10], [12], [21], gdzie przedstawiono ogólne wzory opisujące indukcyjności uzwojeń maszyn elektrycznych przy uwzględnieniu nierównomierności szczeliny powietrznej pomiędzy stojanem a wirnikiem. W rozdz. 2.2 wykazano, że nasycenie obwodu magnetycznego maszyny indukcyjnej objawia się w funkcji permeancji matematycznie tak samo, jak nierównomierność szczeliny powietrznej, przy czym wartość tej funkcji zależy dodatkowo od pozycji maksimum pola magnetycznego i jego wartości reprezentowanych przez prąd magnesujący.

Indukcyjność wzajemna uzwojeń „a” i „b”, których osie magnetyczne są w miejscach x_a i x_b (rys. 2.1), dana jest wzorem [10], [22]

$$M_{ab}^{s/r/sr} = \frac{2\mu_0 r_c}{\pi} \int_{-l_c/2}^{l_c/2} \left(\sum_{\nu \in H_\nu} \sum_{m \in H_m} \sum_{\mu \in H_\mu} Q_1 \frac{N_a k_a^{|\nu|} N_b k_b^{|\nu+m|}}{|\nu| |\nu+m|} G e^{-j\nu x_a} e^{j(\nu+m)x_b} \right) dz \quad (2.3-1)$$

gdzie:

$$G = \left(\sum_{k_1 \in H_k} \sum_{\mu_1 \in H_\mu} \Lambda_{m,k_1,\mu_1} e^{-jk_1 \varphi} e^{-j\mu_1 \alpha} + \frac{\sum_{k_2 \in H_k} \sum_{k_3 \in H_k} \sum_{\mu_2 \in H_\mu} \sum_{\mu_3 \in H_\mu} \Lambda_{-v,k_2,\mu_2} \Lambda_{m+v,k_3,\mu_3} e^{-j(k_2+k_3)\varphi} e^{-j(\mu_2+\mu_3)\alpha}}{\sum_{k_4 \in H_k} \sum_{\mu_4 \in H_\mu} \Lambda_{0,k_4,\mu_4} e^{-jk_4 \varphi} e^{-j\mu_4 \alpha}} \right) \quad (2.3-2)$$

N_a, N_b - liczba zwojów uzwojenia a i b ,

$k_a^{|\nu|}, k_b^{|\nu+m|}$ - współczynniki uzwojeń a i b dla harmonicznych ν i $\nu+m$,

r_c - promień wewnętrzny stojana,

l_c - długość rdzenia magnetycznego,

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni,

p - liczba par biegunów,

z - współrzędna poosiowa.

dla uzwojenia „b”. Współczynniki Q_1 i Q_2 występujące we wzorze (2.3-1) mogą przyjmować tylko dwie wartości: 0 lub 1, w zależności od poniższych warunków logicznych, które zostały przedstawione jako reguła:

$$Q_1 = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \forall \nu, \forall \nu, m \in H_\nu \wedge m \in H_m \wedge (-\nu - m) \in H_\rho \\ 0 \text{ w przeciwnym wypadku} \end{cases} \quad (2.3-3)$$

$$Q_2 = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow Q_1 = 1 \wedge \nu \in H_m \wedge (-\nu - m) \in H_m \\ 0 \text{ w przeciwnym wypadku} \end{cases}$$

2.4 Składowa zerowa napięcia stojana

W celu wyznaczenia częstotliwości charakterystycznych dla danego typu uszkodzenia silnika dokonano podziału wyrażenia na składową zerową napięcia stojana na cztery składniki. Następnie, wykorzystując właściwości macierzy i wektorów składowych symetrycznych, zmieniono postać równania na trygonometryczną.

$$u_s^{(0)} = u_{R_s}^{(0)} + u_{L_{\sigma s}}^{(0)} + u_{M_s}^{(0)} + u_{M_{sr}}^{(0)} \quad (2.4-1)$$

gdzie:

$$u_{R_s}^{(0)} = \underline{R}_s^* i_s^{(1)} + \underline{R}_s i_s^{(2)} \quad (2.4-2)$$

$$u_{L_{\sigma s}}^{(0)} = \frac{d}{dt} \left(\underline{L}_{\sigma s}^* \frac{d}{dt} i_s^{(1)} + \underline{L}_{\sigma s} \frac{d}{dt} i_s^{(2)} \right) \quad (2.4-3)$$

$$u_{M_s}^{(0)} = 3 \frac{d}{dt} \sum_{(\nu, m, \mu, k)} M_{\nu, m}^s \left[e^{-j\mu\alpha} e^{-jk\varphi} i_s^{(1)} \quad e^{-j\mu\alpha} e^{-jk\varphi} i_s^{(2)} \right] \mathbf{Q}_s^{(0,1;\pm 2)T} \quad (2.4-4)$$

$$u_{M_{sr}}^{(0)} = \sqrt{3 \cdot N} \frac{d}{dt} \left(\sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \left[e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} i_r^{(0)} \quad e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} i_r^{(1)} \right. \right. \\ \left. \left. e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} i_r^{(2)} \quad \dots \quad e^{-j\mu\alpha} e^{j(v+m-k)\varphi} i_r^{(N-1)} \right] \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0 \div N-1)T} \right) \quad (2.4-5)$$

Komórki macierzy: \mathbf{Q}_s i \mathbf{Q}_{sr} są wypełnione wartościami 0 lub 1 w zależności od warunku QI z (2.3-3). Zapisując prądy

$$i_s^{(1)} = \left| i_s^{(1)} \right| e^{j\alpha_s^{(1)}} \\ i_r^{(b)} = \left| i_r^{(b)} \right| e^{j\alpha_r^{(b)}} \quad (2.4-6)$$

oraz wykorzystując właściwości macierzy indukcyjności po transformacji do układu składowych symetrycznych można przejść do postaci trygonometrycznej

$$u_{R_s}^{(0)} = \text{Re} \left\{ \underline{R}_s^* i_s^{(1)} \right\} = 2 \text{Re} \left\{ \underline{R}_s^* \right\} \left| i_s^{(1)} \right| \cos \left(\alpha_s^{(1)} \right) \quad (2.4-7)$$

$$u_{L_{\sigma s}}^{(0)} = \frac{d}{dt} \left(2 \text{Re} \left\{ \underline{L}_{\sigma s}^* i_s^{(1)} \right\} \right) = 2 \text{Re} \left\{ \underline{L}_{\sigma s}^* \right\} \frac{d}{dt} \left(\left| i_s^{(1)} \right| \cos \left(\alpha_s^{(1)} \right) \right) \quad (2.4-8)$$

$$u_{M_s}^{(0)} = 6 \frac{d}{dt} \left(\sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^s \cos \left(-\mu\alpha - k\varphi + \alpha_s^{(1)} \right) \left| i_s^{(1)} \right| \cdot \mathbf{Q}_s^{(0,1)} \right) \quad (2.4-9)$$

- parzysta liczba prętów wirnika

$$u_{M_{sr}}^{(0)} = \sqrt{3 \cdot N} \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \left(\left[\cos \left(-\mu\alpha + (v+m-k)\varphi \right) i_r^{(0)} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \cos \left(-\mu\alpha + (v+m-k)\varphi \right) i_r^{(N/2)} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0)} \\ \mathbf{Q}_{sr}^{(0,N/2)} \end{array} \right] + 2 \sum_{b=1}^{N/2} \cos \left(-\mu\alpha + (v+m-k)\varphi + \alpha_r^{(b)} \right) \left| i_r^{(b)} \right| \cdot \mathbf{Q}_{sr}^{(0,b)} \right) \right\} \quad (2.4-10)$$

- nieparzysta liczba prętów wirnika

$$u_{M_{sr}}^{(0)} = \sqrt{3 \cdot N} \frac{d}{dt} \left(\sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \left\{ \cos \left(-\mu\alpha + (v+m-k)\varphi \right) i_r^{(0)} \mathbf{Q}_{sr}^{(0,0)} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \sum_{b=1}^{N-1} \cos \left(-\mu\alpha + (v+m-k)\varphi + \alpha_r^{(b)} \right) \left| i_r^{(b)} \right| \cdot \mathbf{Q}_{sr}^{(0,b)} \right\} \right) \quad (2.4-11)$$

Przedstawione powyżej składniki składowej zerowej napięcia stojana w stanie nieustalonym stanowią podstawę do wyznaczenia częstotliwości charakteryzujących poszczególne rodzaje uszkodzeń w stanie ustalonym.

W stanie ustalonym, przy zasilaniu maszyny monoharmonicznym napięciem sinusoidalnym o pulsacji $\omega_s = 2\pi f_s$ i prędkości kątowej wirnika ω , założono, że pochodne indukcyjności i pochodne długości wektorów prądów są równe zero, a ponad to:

- kąt obrotu wektora prądu magnesującego

$$\alpha = \omega_s t + \alpha_{s0} \quad (2.4-12)$$

- kąt obrotu p -tej składowej symetrycznej wektora prądów wirnika

$$\alpha_r^{(p)} = (\omega_s - p\omega)t + \alpha_{r0}^{(p)} \quad (2.4-13)$$

- kąt obrotu wirnika

$$\varphi = \omega t + \varphi_0 \quad (2.4-14)$$

- prędkość kątowna wirnika

$$\omega = \frac{\omega_s (1-s)}{p} \quad (2.4-15)$$

Np. dla składowej zerowej napięcia stojana indukowanej przez strumień wirnika wyrażenie (2.4-11) przyjmuje postać

$$u_{M_{sr}}^{(0,p)} = 2\sqrt{3} \cdot N \frac{d}{dt} \sum_{(v,m,\mu,k)} M_{v,m}^{sr} \cos[-\mu(\omega_s t + \alpha_{s0}) + (v+m-k)(\omega t + \varphi_0) + (\omega_s - p\omega)t + \alpha_{r0}^{(p)}] \left[i_r^{(p)} \right] \mathbf{Q}_{sr}^{(0,p)} \quad (2.4-16)$$

$$\omega_{(0,p)}^{(M_{sr})} = \overbrace{-\mu\omega_s + (v+m-k)\omega}^{\mathbf{M}_{sr}^H(0,p)} + \overbrace{\omega_s - p\omega}^{i_r^{(p)}} \quad (2.4-17)$$

$$= (1-\mu)\omega_s + (v+m-k-p)\omega$$

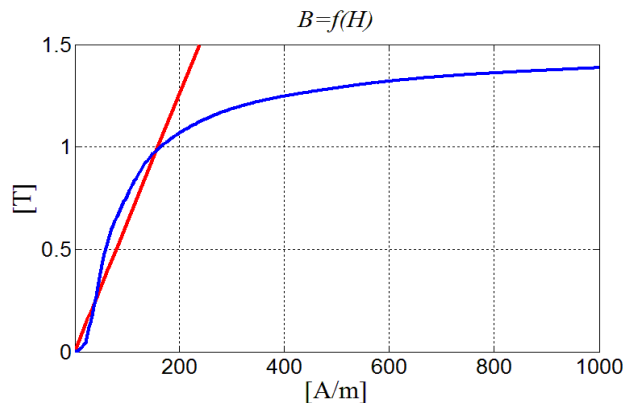
$$f_{(0,p)}^{(M_{sr})} = \frac{(1-\mu)\omega_s + (v+m-k-p)\omega}{2\pi} \quad (2.4-18)$$

Wyprowadzony wzór na częstotliwości charakterystyczne będzie stanowił podstawę do algorytmu wyszukującego symptomy uszkodzenia w widmach składowej zerowej napięcia i prądu stojana.

3 Badania połowo-obwodowe uszkodzeń silników indukcyjnych

Obiektem badań połowych był silnik Sg112M-4 o danych: $P_N = 4$ kW, $U_N = 400$ V, $I_N = 8.1$ A, $n_N = 1430$ obr/min, $p = 2$ i liczbie żłobków stojana $N_s = 36$ i prętów wirnika $N = 28$. Na podstawie karty uzwojeń silnika oraz rysunków technicznych stojana i wirnika wprowadzono geometrie badanego silnika do programu *Maxwell 2D*, uzupełnioną o dane z tabliczki znamionowej.

W celu zbadania wpływu nieliniowości obwodu magnetycznego na widmo składowej zerowej napięcia i prądu stojana wykonano modele silnika z użyciem dwóch typów materiałów. Dla



Rys. 3.1 Charakterystyki magnesowania: liniowy materiał, blacha M19

liniowego obwodu magnetycznego (I) - stal o stałej przewodności magnetycznej, natomiast dla nieliniowego magnetowodu (II) - blachę M19 (charakterystyka przedstawiona kolorem niebieskim na rys. 3.1).

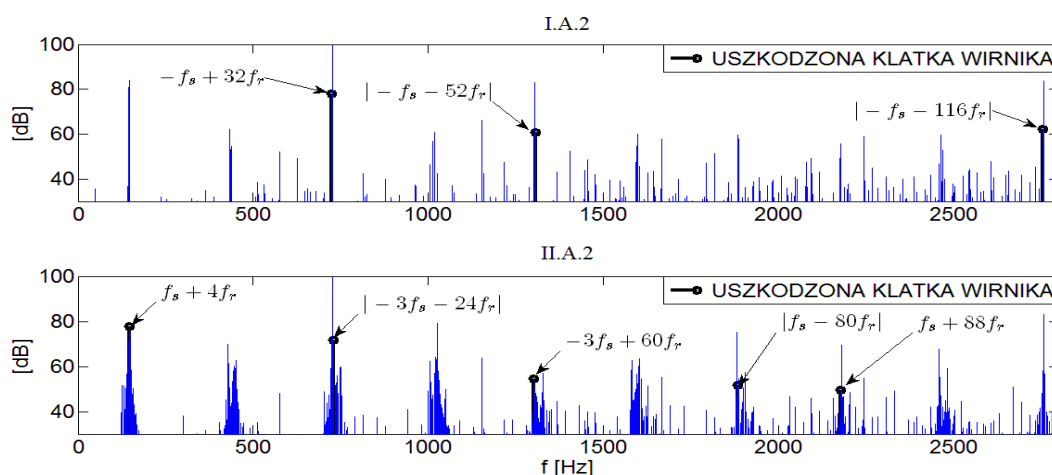
Modelowanie wewnętrznych uszkodzeń silnika:

1. Niesymetria klatki wirnika - uszkodzenie elementu klatki modelowano poprzez zwiększenie rezystywności materiału w danym miejscu.
2. Ekscentryczne położenie wirnika.
 - a) ekscentryczność dynamiczna - przesunięcie osi wirnika o wektor $\langle 0; 0,23 \rangle$ mm, co daje ekscentryczność względną: $\varepsilon_d = 0,77$, $\varepsilon_s = 0$; osie obrotu i symetrii stojana pozostają niezmiennione,
 - b) ekscentryczność statyczna - przesunięcie osi stojana o wektor $\langle 0; 0,23 \rangle$ mm, co daje ekscentryczność względną: $\varepsilon_d = 0$, $\varepsilon_s = 0,77$; osie obrotu i symetrii wirnika pozostają niezmiennione
 - c) ekscentryczność mieszana - przesunięcie osi stojana o wektor $\langle 0,06; 0 \rangle$ mm i wirnika o wektor $\langle 0; 0,06 \rangle$, co daje ekscentryczność względną: $\varepsilon_d = 0,2$, $\varepsilon_s = 0,2$; oś obrotu pozostaje niezmienniona

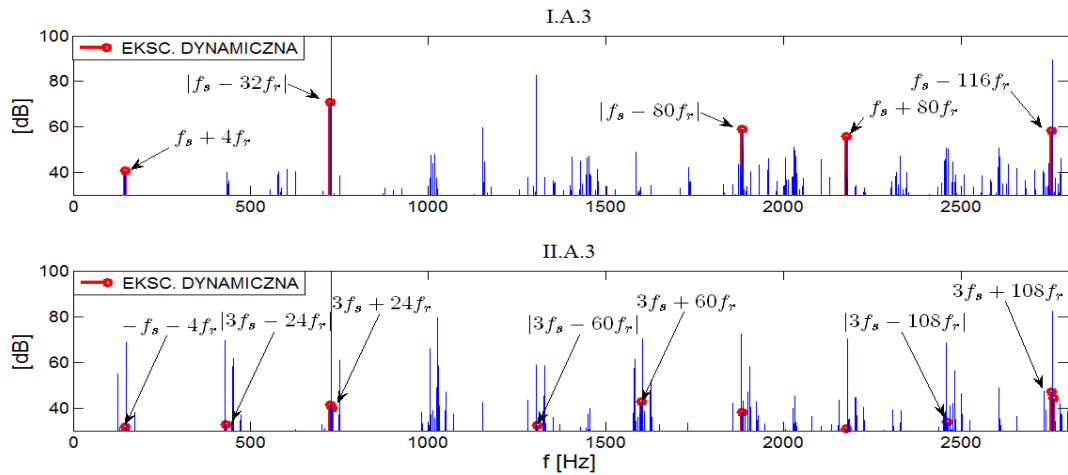
Symulacje wykonano dla trzech sposobów skojarzenia uzwojeń stojana. W przypadku skojarzenia uzwojeń w gwiazdę, szczególnej analizie poddano składową zerową napięcia stojana, natomiast przy połączeniu w gwiazdę z przewodem neutralnym lub w trójkąt, składową zerową prądu. Widma sygnałów, dla każdego typu połączenia uzwojeń stojana, zostały pogrupowane w zależności od stanu maszyny i przedstawione razem dla liniowego (I) i nieliniowego (II) obwodu magnetycznego. Pogrubionymi liniami zaznaczono harmoniczne o częstotliwościach charakterystycznych, wynikających ze wzorów (2.4-18). Wzięto pod uwagę wybrane harmoniczne, których amplituda jest większa niż 30 dB w odniesieniu do poziomu szumu.

3.1 Przykładowe wyniki widmowej analizy składowej zerowej napięcia silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę

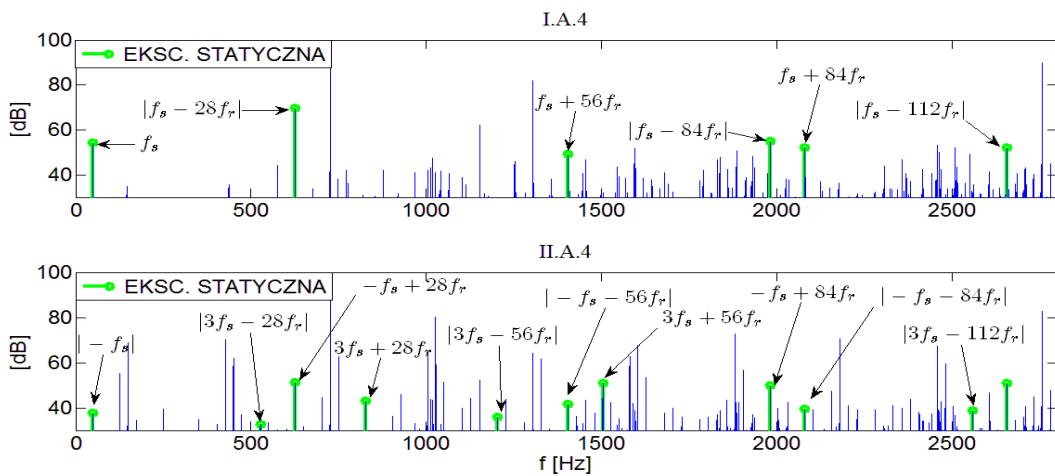
Na rysunkach od 3.2 do 3.5, przedstawiających widma składowej zerowej napięcia stojana zaznaczono częstotliwości wygenerowane na podstawie (2.4-18) dla poszczególnych stanów maszyny.



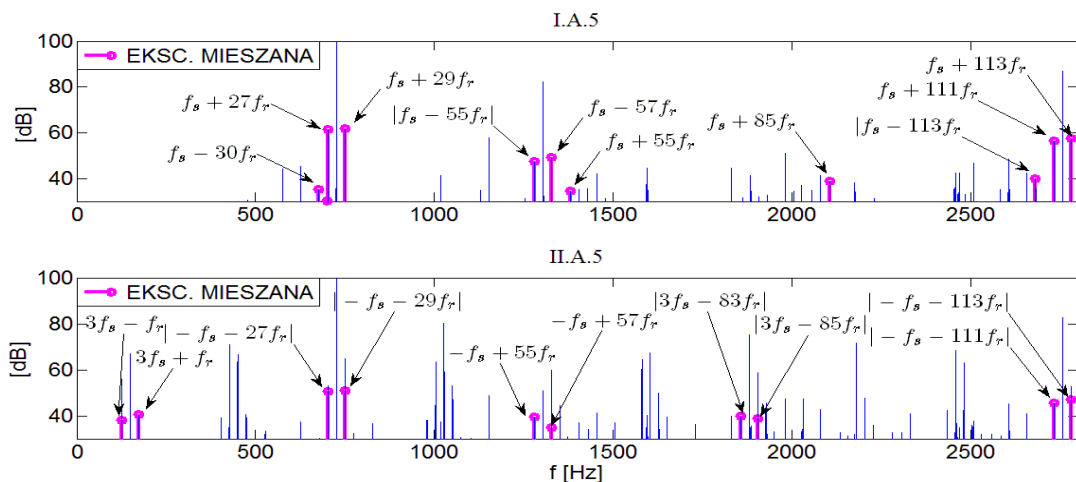
Rys. 3.2 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z uszkodzoną klatką wirnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.2 - liniowy obwód magnetyczny, II.A.2 - nieliniowy obwód magnetyczny



Rys. 3.3 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością dynamiczną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.3 - linowy obwód magnetyczny, II.A.3 - nieliniowy obwód magnetyczny

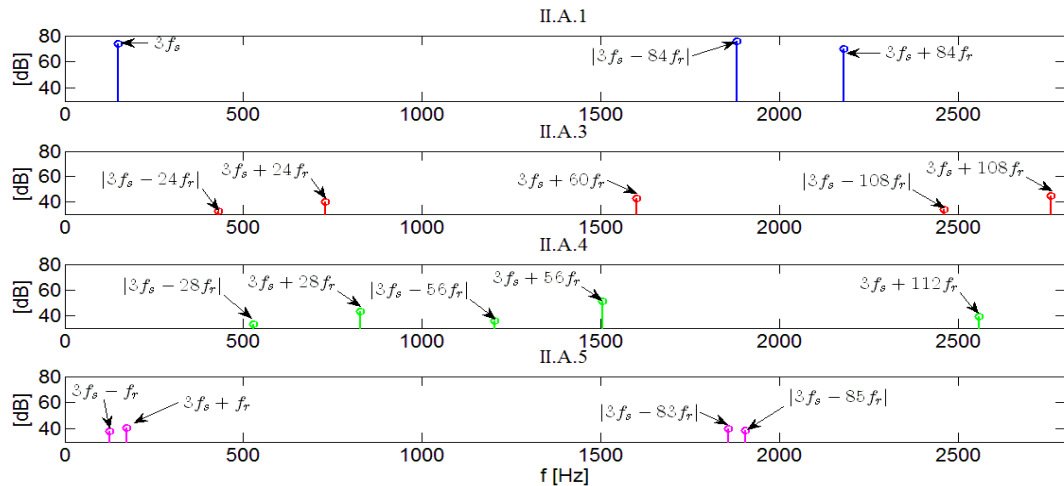


Rys. 3.4 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością statyczną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.4 - linowy obwód magnetyczny, II.A.4 - nieliniowy obwód magnetyczny



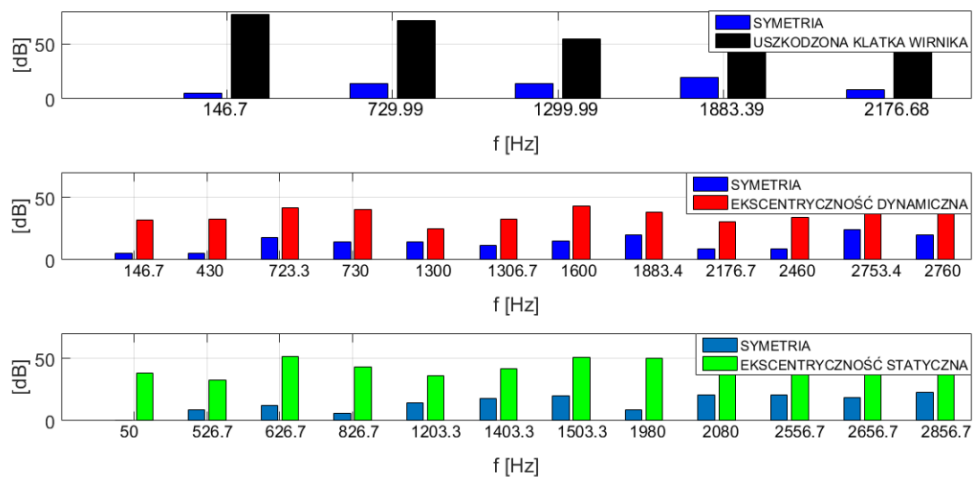
Rys. 3.5 Widmo składowej zerowej napięcia stojana silnika z ekscentrycznością mieszaną z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę: I.A.5 - linowy obwód magnetyczny, II.A.5 - nieliniowy obwód magnetyczny

Na podstawie analizy spektralnej wyróżniono na rys. 3.6 harmoniczne, które pojawiają się w widmie składowej zerowej napięcia stojana dla poszczególnych przypadków tylko w modelu z nieliniowym rdzeniem magnetycznym.

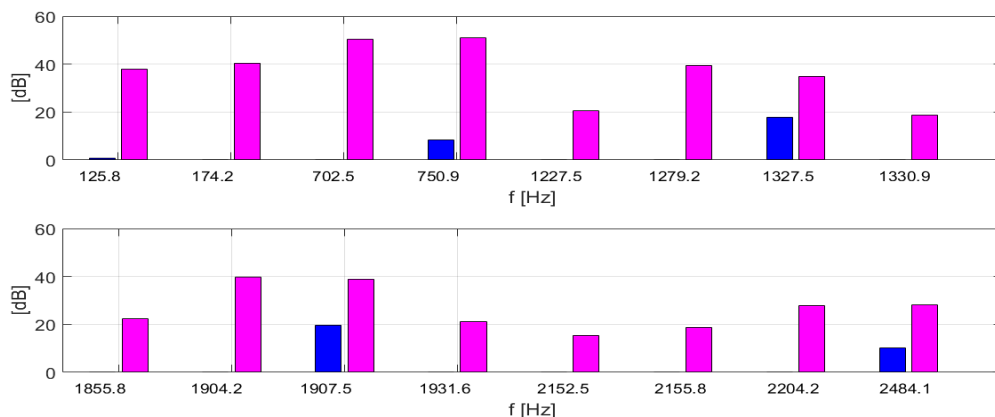


Rys. 3.6 Harmoniczne występujące tylko w widmie składowej zerowej napięcia silnika z nieliniowym obwodem magnetycznym dla przypadków: 1. Symetrii, 3. Ekscentryczności dynamicznej, 4. Ekscentryczności statycznej, 5. Ekscentryczności mieszanej

W celu sprawdzenia wyselekcjonowanych harmonicznych, przyporządkowanych do danego typu uszkodzenia, dokonano porównania ich amplitud z odpowiadającymi im amplitudami harmonicznych z widma dla silnika symetrycznego (kolor niebieski). Należy zwrócić uwagę, że te amplitudy mają wartości poniżej wyznaczonego wcześniej progu 30 dB i zostały celowo naniesione na poniższe rysunki dla zobrazowania różnic. Analizie poddano przypadki dla nieliniowego rdzenia magnetycznego.



Rys. 3.7 Porównanie amplitud harmonicznych składowej zerowej napięcia o częstotliwościach charakterystycznych dla przypadków (od góry) uszkodzenia klatki wirnika, ekscentryczności dynamicznej, ekscentryczności statycznej z odpowiadającymi im amplitudami harmonicznych z widma dla silnika symetrycznego



Rys. 3.8 Porównanie amplitud harmonicznych składowej zerowej napięcia o częstotliwościach charakterystycznych dla przypadków (ekscentryczności mieszanej) z odpowiadającymi im amplitudami harmonicznych z widma dla silnika symetrycznego

3.2 Wnioski z przeprowadzonych badań połowych

Częstotliwości wykorzystane do wyselekcjonowania odpowiednich harmoniczných, przypisanych do danego typu uszkodzenia zostały obliczone na podstawie wzoru (2.4-18). Na przedstawionych rysunkach porównawczych wyraźnie widać wzrost amplitud tych harmoniczných w odniesieniu do obrazu widma silnika symetrycznego. W przypadku ekscentryczności mieszanej, w widmach składowej zerowej napięcia i prądu występują harmoniczne, których odpowiedniki w widmach dla silnika symetrycznego posiadają amplitudy równe zeru lub na poziomie szumu. Daje to możliwość jednoznacznego zdiagnozowania tego uszkodzenia. Badania połowe pokazują, że nawet w symetrycznym silniku występują harmoniczne związane z ekscentrycznością wirnika. Z tego względu podczas badania stopnia ekscentryczności należy brać pod uwagę harmoniczne o amplitudach powyżej określonego poziomu.

Dzięki analizie widm pochodzących z badań połowych można zaobserwować pojawienie się dodatkowych harmoniczných pochodzących od nieliniowego charakteru rdzenia. Na rys. 3.7 pogrupowano i zestawiono takie harmoniczne wraz z opisem formuł na ich częstotliwości.

Zaprezentowane wyniki badań potwierdzają poprawność wyprowadzonych wzorów na częstotliwości charakterystyczne oraz wykazują wpływ nieliniowości magnetowodu na sygnały diagnostyczne. Widma sygnałów silnika, w których zastosowano nieliniowy model rdzenia magnetycznego zawierają więcej informacji diagnostycznych, wskazujących na dany typ uszkodzenia, w porównaniu z modelem o liniowym magnetowodzie. Ponadto, częstotliwości charakterystyczne obliczone na podstawie wzorów wyprowadzonych na składową zerową napięcia stojana mogą zostać wykorzystane do analizy składowej zerowej prądu.

4 Badania laboratoryjne

Badania laboratoryjne zostały przeprowadzone dla modelu, którego podstawę konstrukcyjną stanowił silnik Sg112M-4. Wcześniej dla tej konstrukcji dokonano obliczeń obwodowych i połowo-obwodowych. Pomiary zostały wykonane dla trzech sposobów skojarzenia uzwojeń tego samego stojana.

- A. W gwiazdę (napięcie neutralne).
- B. W gwiazdę z przewodem neutralnym (prąd przewodu neutralnego).
- C. W trójkąt (składową zerową prądu).

Dla każdego połączenia zastosowano wirnik

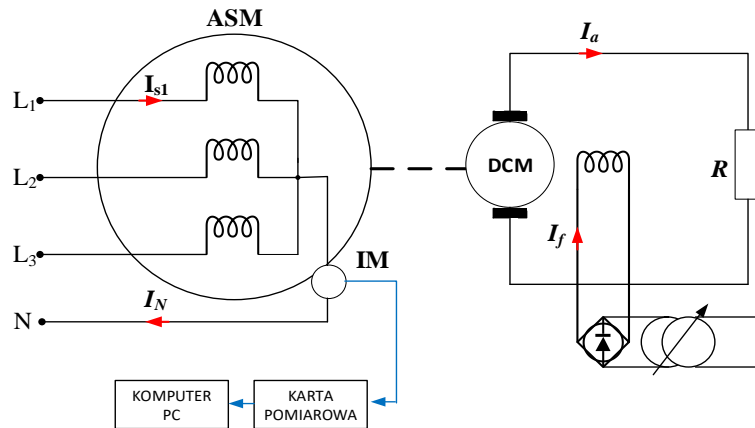
1. Symetryczny.
2. Z niesymetrią elektryczną obwodu klatki.
3. Z ekscentrycznością wirnika.

Przy połączeniu uzwojeń w gwiazdę (bez i z przewodem neutralnym) silnik został zasilony napięciem międzyfazowym o wartości skutecznej $U = 400V$, natomiast przy połączeniu w trójkąt napięcie wynosiło $U = 230V$. Oprócz przypadku silnika symetrycznego zastosowano wirniki z wprowadzonymi uszkodzeniami. Wszystkie badania przeprowadzono dla tego samego stojana, wymieniając wirniki dla każdego uszkodzenia.

Do pomiarów silnika z niesymetrią uzwojenia klatkowego użyto wirnika z dwoma przeciętymi prętami. W przypadku badania silnika z ekscentrycznością skorzystano z wirnika osadzonego na mimośrodowych łożyskach, który zamocowano na specjalnie wyżłobionych tarczach łożyskowych, co dało współczynnik ekscentryczności dynamicznej $\varepsilon_d = 0,4$ i statycznej $\varepsilon_s = 0,4$. W efekcie uzyskano silnik z ekscentrycznością mieszaną.

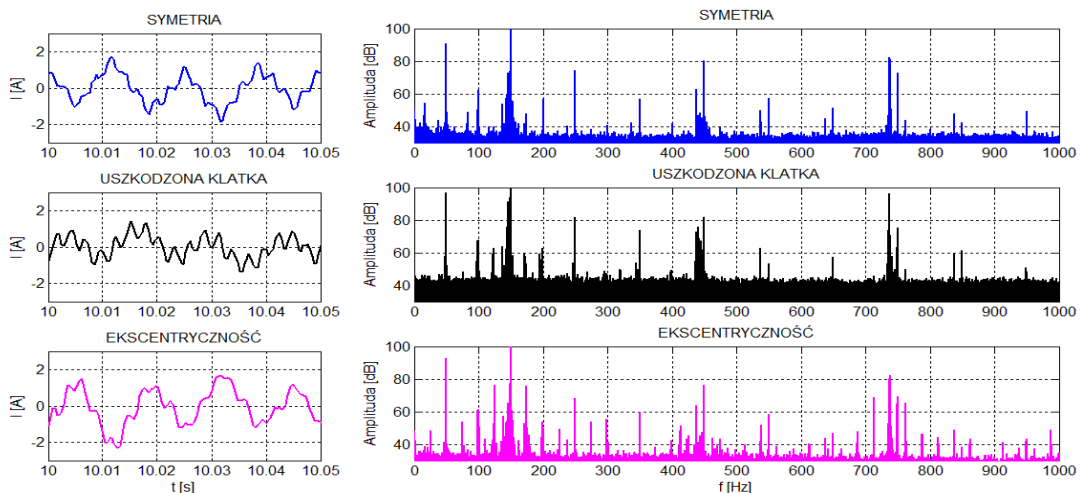
4.1 Pomiar prądu neutralnego silnika z uzwojeniami stojana połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym

Do pomiaru prądu przewodu neutralnego wykorzystano przetwornik IM typu LEM podłączony do przewodu łączącego punkt gwiazdowy silnika z przewodem neutralnym sieci zasilającej. Schemat układu pomiarowego przedstawiono na Rys. 4.1.



Rys. 4.1 Schemat układu pomiarowego prądu neutralnego silnika indukcyjnego z uzwojeniami połączonymi w gwiazdę z przewodem neutralnym

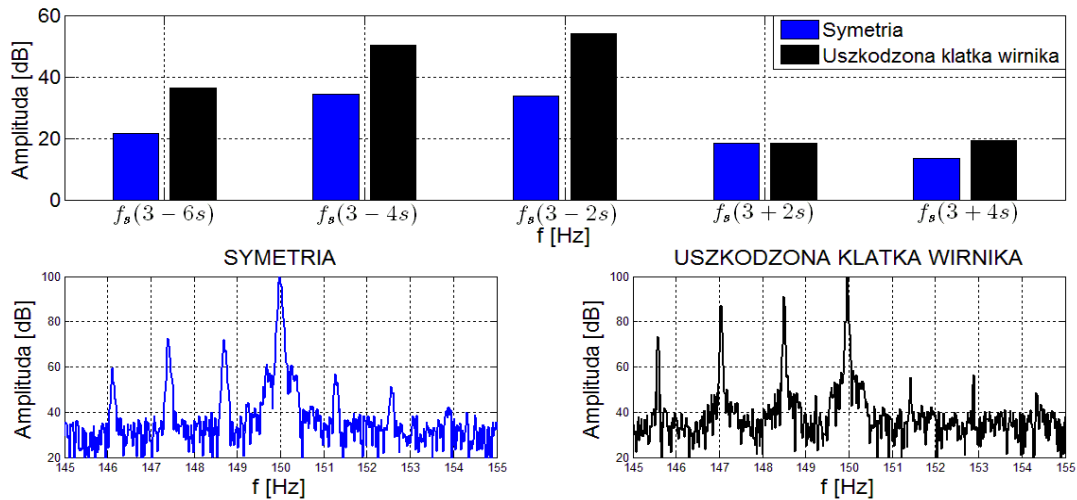
Fragmenty zmierzonych przebiegów czasowych prądu przewodu neutralnego oraz widma tych przebiegów zostały przedstawione na rys. 4.2. W zależności od stanu badanego silnika można zaobserwować różnice w prezentowanych widmach. Podobnie jak w przypadku napięcia neutralnego dokonano analizy zawartości harmonicznyc.



Rys. 4.2 Przebiegi czasowe i widma prądu neutralnego silnika: symetrycznego, z uszkodzoną klatką, z ekscentrycznością wirnika

Uszkodzona klatka wirnika

Na rys. 4.3 porównano amplitudy harmonicznyc w otoczeniu potrójnej częstotliwości napięcia zasilania, wyróżnionych dla uszkodzenia klatki wirnika na podstawie wzoru (2.4-18), wyprowadzonego dla składowej zerowej napięcia przy uwzględnieniu składowej przeciwbieżnej prądu wirnika. Kolorem niebieskim zaznaczono widmo dla silnika symetrycznego, a kolorem czarnym dla silnika z uszkodzoną klatką wirnika.

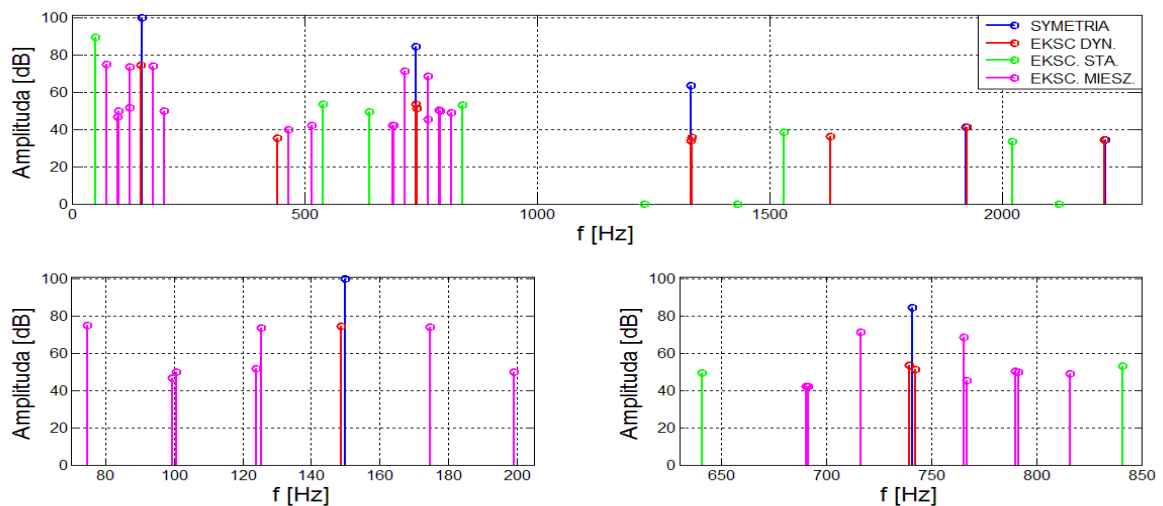


Rys. 4.3 Porównanie wybranych harmonicznych widma prądu neutralnego silnika symetrycznego i z uszkodzoną klatką wirnika

Amplitudy obserwowanych harmonicznych dla niesymetrii klatki wirnika zwiększyły swój poziom w odniesieniu do swoich odpowiedników w przypadku symetrii. Taki sam efekt został zaobserwowany w badaniach polowych.

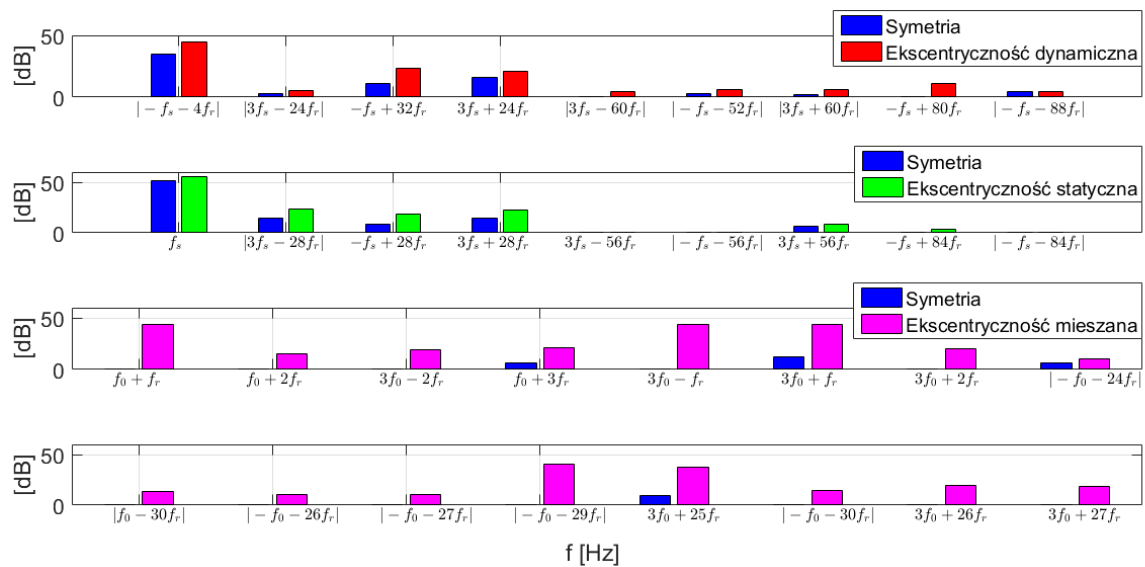
Ekscentryczność wirnika

Na rys. 4.4 wyselekcjonowano i zestawiono harmoniczne występujące w zmierzonym widmie. Charakter widma jest niemal identyczny jak w przypadku napięcia neutralnego z tą różnicą, że w widmie prądu przewodu neutralnego występują dodatkowo harmoniczne, które nie zostały zidentyfikowane za pomocą wzorów na częstotliwości charakterystyczne składowej zerowej napięcia.



Rys. 4.4 Zestawienie wyselekcjonowanych harmonicznych z widma prądu neutralnego silnika z ekscentrycznością wirnika z zaznaczonym podziałem na harmoniczne charakterystyczne dla symetrii, ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej

W celu potwierdzenia skuteczności metody diagnozowania ekscentryczności dokonano porównania amplitud harmonicznych zmierzonych w widmie prądu przewodu neutralnego silnika z ekscentrycznością, z amplitudami odpowiadającymi im w widmie silnika symetrycznego. Harmoniczne poddane analizie zostały wyznaczone dla badanego silnika na podstawie wzoru (2.4-18). Na osiach odciętych zaznaczono formuły na częstotliwość każdej harmonicznej, które są kombinacją liniową częstotliwości napięcia zasilania f_s i częstotliwości obrotowej wirnika f_r .



Rysunek 4.5 Porównanie amplitud harmonicznych charakterystycznych dla ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej widma prądu neutralnego silnika z ekscentrycznością z odpowiadającymi im harmonicznymi z widma silnika symetrycznego

4.2 Wnioski z przeprowadzonych pomiarów i ich analiz

Częstotliwości charakteryzujące uszkodzenia wyznaczono na podstawie rozważań z rozdziału 2. Wszystkie mierzone sygnały dla połączenia stojana kolejno w: gwiazdę, gwiazdę z przewodem neutralnym i trójkąt przejawiają taką samą naturę w odpowiedzi na niesymetrie wewnętrzne maszyny. Uszkodzona klatka wirnika objawia się w widmie przez znaczny wzrost amplitud harmonicznych poślizgowych w obrębie potrójnej częstotliwości napięcia zasilania. Harmoniczne pojawiające się wskutek ekscentryczności wirnika zostały na podstawie wzoru i założeń rozdzielone kolorami. Porównano ich amplitudy do amplitud ich odpowiedników w widmach sygnałów silnika symetrycznego. Na podstawie zaprezentowanych porównań można zauważyć, że widma sygnałów silnika symetrycznego zawierają również harmoniczne przyporządkowane do ekscentryczności dynamicznej i statycznej. Widma sygnałów zmierzonych podczas badań laboratoryjnych korespondują z wynikami badań polowych.

5 Podsumowanie

W rozprawie przeprowadzono badania nad wykorzystaniem wpływu nieliniowości obwodu magnetycznego do diagnozowania uszkodzeń silników indukcyjnych klatkowych. W trójfazowych maszynach indukcyjnych, nieliniowość obwodu magnetycznego silnie objawia się w składowej zerowej napięcia lub składowej zerowej prądu, w zależności od sposobu połączenia uzwojeń stojana. Podczas wstępnej analizy częstotliwościowej widm tych sygnałów dla różnych typów uszkodzeń, zmierzonych w warunkach laboratoryjnych, zauważono pojawienie się harmonicznych niewystępujących w obrazie widma silnika symetrycznego. Taki stan rzeczy skłonił autora do przeprowadzenia szczegółowych badań. W celu wyjaśnienia i zrozumienia mechanizmu powstawania zaobserwowanych zjawisk analizę zaczęto od budowy obwodowego modelu matematycznego silnika z uwzględnieniem nieliniowości obwodu magnetycznego. Rozważania na temat wpływu efektów nasycania się magnetowodu rozpoczęto od sformułowania modelu permeancji, wyznaczonego na podstawie rozkładu indukcji pola magnetycznego w szczelinie metodą ciągłej sieci reluktancyjnej. Na podstawie przeprowadzonej analizy przyjęto jednostkową funkcję modelującą wpływ nasycenia, aproksymowaną za pomocą szeregu Fouriera (2.1-7). Funkcja permeancji przyjmowała odpowiednią postać w zależności od rodzaju szczeliny powietrznej. Równania napięciowo-prądowe oparte na przedstawionym modelu permeancji

poddano transformacji z maszynowego układu odniesienia do układu składowych symetrycznych. Takie przekształcenie uporządkowało strukturę macierzy indukcyjności, co zostało wykorzystane do wyprowadzenia równania na składową zerową napięcia stojana. Dzięki analizie spektralnej składowej zerowej napięcia w stanie ustalonym wyprowadzono wyrażenia na częstotliwości charakterystyczne dla poszczególnych stanów maszyny: symetrii, uszkodzonej klatki wirnika, ekscentryczności (z podziałem na dynamiczną, statyczną i mieszaną), niesymetrii napięć zasilania i niesymetrii wewnętrznej stojana. Przeprowadzona analiza matematyczna modelu silnika umożliwiła identyfikację symptomów uszkodzenia.

W celu potwierdzenia metody diagnozowania silników indukcyjnych z wykorzystaniem nieliniowości obwodu magnetycznego przeprowadzono badania polowo-obwodowe w środowisku obliczeniowym *Maxwell 2D*. Badania te miały za zadanie wygenerować wzorce dla każdego z rodzajów uszkodzeń, co w warunkach laboratoryjnych nie jest w takim stopniu możliwe. Zgodnie z zaproponowanym programem badań, wykonano serie symulacji dla liniowego i nieliniowego obwodu magnetycznego z podziałem na rodzaj uszkodzenia i sposób skojarzenia uzwojeń stojana. Dzięki zastosowaniu dwóch rodzajów rdzeni magnetycznych wyselekcjonowano i przedstawiono harmoniczne powstałe wskutek nieliniowości obwodu magnetycznego dla każdego przypadku niesymetrii. Wygenerowane wzory na częstotliwości charakterystyczne z powodzeniem zostały użyte do analizy widmowej składowej zerowej prądu w silnikach skojarzonych w gwiazdę z przewodem neutralnym, jak i w trójkąt. Przedstawione porównania amplitud harmonicznych o częstotliwościach charakterystycznych dla poszczególnych uszkodzeń w stosunku do amplitud tych samych harmonicznych, ale występujących w przypadku symetrii, potwierdziły poprawność identyfikacji uszkodzeń przeprowadzonych w rozdziale 2.

Ostatnim rodzajem badań były badania laboratoryjne, które przeprowadzono dla trzech rodzajów wirnika (symetrycznego, z uszkodzonymi prętami, z ekscentrycznością mieszaną) oraz dla trzech sposobów połączenia uzwojenia stojana. Podobnie jak w przypadku badań polowo-obwodowych, do analizy częstotliwościowej zmierzonych sygnałów wykorzystano częstotliwości charakterystyczne wygenerowane na podstawie (2.4-18). Amplitudy wyznaczonych harmonicznych porównano z amplitudami odpowiadających im harmonicznych w warunkach symetrii. Widma dla przypadku wirnika z ekscentrycznością zostały przeanalizowane z rozróżnieniem harmonicznych odpowiadających ekscentryczności dynamicznej, statycznej i mieszanej. Analiza porównawcza wykazała, że w każdym z przypadków uszkodzenia, niezależnie od sposobu skojarzenia uzwojenia, zaproponowana metoda diagnozowania na podstawie widma składowej zerowej napięcia lub składowej zerowej prądu jest skuteczna.

Przeprowadzone badania pokazały, że metoda diagnozowania uszkodzeń silników indukcyjnych z wykorzystaniem efektów nasycenia obwodu magnetycznego jest niezwykle skuteczna w oparciu o analizę składowej zerowej napięcia i prądu, gdzie wpływ nasycenia jest najbardziej widoczny. Metoda z powodzeniem może być wykorzystywana na stacjach prób w zakładach produkujących trójfazowe silniki indukcyjne w celu sprawdzenia symetrii maszyny i jakości wykonania.

Według autora przeprowadzone badania i uzyskane wyniki dowodzą tezy, że wpływ nieliniowości obwodu magnetycznego można wykorzystać do skutecznego diagnozowania omawianych w pracy uszkodzeń silników indukcyjnych klatkowych.

Wybrane pozycje literatury

- [1] Drozdowski P.: *Saturation and space harmonics effects in induction motors*. Proceed. of XII Symposium Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits (1991). TU Poznań (Poland) pp. 231-236.
- [2] Drozdowski P., Sobczyk T.J.: *Algorytmy obliczania indukcyjności uzwojeń w przypadkach niesymetrii w maszynach elektrycznych*. XXIX Seminarium Maszyn Elektr., "Niesymetrie w Maszynach Elektrycznych i Transformatorach". Szklarska Poręba 1993, ss. 19-23.
- [3] Drozdowski P.: *Saturation and space harmonics in a star and delta connected squirrel-cage induction motor*. Int. Conf. on Electr. Machines ICEM'94, Paris (France) 1994, vol.3, pp. 93-98.
- [4] Drozdowski P.: *Kształtowanie charakterystyk i własności ruchowych wielofazowych silników indukcyjnych klatkowych*. PKrak, Monografia 278, Kraków 2000.
- [5] Drozdowski P.: *Determination of magnetic field in electrical machines with non-uniform air-gap in terms of saturation by digital solution of analytical equations*. Проблемы создания и эксплуатации новых типов электротехнического оборудования, Российская академия наук, Выпуск 3, Санкт-Петербург, 2001, pp.227-244.
- [6] Drozdowski P., Duda A.: Influence of magnetic saturation effects on the fault detection of induction motors , Archives of Electrical Engineering [Dokument elektroniczny]. - 2014, Vol. 63, Iss. 3, s.489-506
- [7] Hallmann D., Jankowski P.: *Przykłady obliczeń wolnozmiennych pól magnetycznych w środowisku Ansys-Maxwell*, Wyd. Akademii Morskiej w Gdyni, Gdynia 2016.
- [8] Kowalski Cz. T.: *Monitorowanie i diagnostyka uszkodzeń silników indukcyjnych z wykorzystaniem sieci neuronowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej 57, Seria: Monografie 18, Wrocław 2005.
- [9] Mazur D.: *Analysis of damages on induction motors by the finite element method*. Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences, CAMES, 7, 2000, s. 677-697.
- [10] Sobczyk T. J., Drozdowski P.: *Inductances of electrical machine winding with a nonuniform air-gap*. Arch. Elektrotechnik, Vol. 76 (1993), s. 213-218.
- [11] Sobczyk T. J., Warzecha A., Drozdowski P., Weinreb K., Mikulik J., Węgiel T., Mazgaj W.: *Modelowanie matematyczne zjawisk elektromagnetycznych*. PKrak, Monografia 169, Kraków 1994.
- [12] Sobczyk T., Węgiel T.: *Algorytm wyznaczania indukcyjności uzwojeń przetworników elektromechanicznych z uwzględnieniem ekscentryczności*. XXI Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów - SPETO'98, Ustroń 1998.
- [13] Sobczyk T. J.: *Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych*. WNT, Warszawa 2004.
- [14] Sobczyk T. J., Weinreb K., Węgiel T., Warzecha A., Sułowicz M.: *Slot harmonics in cage motors due to saturation of a main magnetic circuit*. Selected papers from the 18th Symposium on Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits, COMPEL : The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol. 25, Nr 1., 2006, s. 128-139.
- [15] Sułowicz M.: *Diagnostyka silników indukcyjnych metodami sztucznej inteligencji*. Rozprawa doktorska, Politechnika Krakowska. Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej. Kraków 2005.
- [16] Warzecha A., Węgiel T., Weinreb K., Sułowicz M.: *Non-linear permeance function of magnetic circuit in asynchronous motor with rotor eccentricity*. Czasopismo techniczne, Z.5-E/2005. Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005, s. 87-99.
- [17] Warzecha A.: *Wielowymiarowe charakterystyki magnesowania w modelach obwodowych maszyn elektrycznych*. Monografia PK, Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2010.
- [18] Weinreb K., Węgiel T., Sułowicz M.: *Wpływ nasycenia głównego obwodu magnetycznego silnika asynchronicznego z niesymetrycznym wirnikiem na obraz widma prądu stojana*. SME'2005: XLI International Symposium on Electrical Machines , Opole - Jamońtówek, 14-17 czerwiec 2005. Opole : Ofic. Wydaw. POpol., 2005. - s. 461-467.
- [19] Weinreb K., Węgiel T., Sułowicz M.: *Influence of the Main Magnetic Circuit Saturation on Stator Current Spectrum for a Cage Induction Motor with Rotor Asymmetry*. Czasopismo techniczne, Z.6-E/2006. Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2006, s. 65-76.
- [20] Węgiel T., Weinreb K., Sułowicz M.: *Wpływ harmonicznych żłobkowych przewodności na kształt widma prądu stojana w maszynie indukcyjnej z ekscentrycznym wirnikiem*. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej. Seria: Studia i Materiały nr 50, Wrocław 2000, s. 236-244.
- [21] Węgiel T., Weinreb K., Warzecha A., Sułowicz M.: *Model of cage induction motor with saturated main magnetic circuit for diagnostic applications*. Czasopismo techniczne, Z.5-E/2005. Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005, s. 101-117.
- [22] Węgiel T., Weinreb K., Sułowicz M.: *Main inductances of induction motor for diagnostically specialized mathematical models*. Archives of Electrical Engineering. Vol. 59 (1-2) 2010, s. 51-66.